

Corrigé et barème – Le théorème de Thalès

Configuration de Thalès, égalité des rapports, calcul de longueurs et réciproque pour prouver le parallélisme (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Exercice 1 – Calculs de longueurs dans un triangle

(4 pts)

- a) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$, donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. (1)
- b) $42 \text{ mm} = 4,2 \text{ cm}$; $\frac{4,2}{7} = \frac{5,1}{AC}$ donc $AC = \frac{7 \times 5,1}{4,2} = 8,5 \text{ cm}$. (1)
- c) $\frac{4,2}{7} = \frac{3,9}{BC}$ donc $BC = \frac{7 \times 3,9}{4,2} = 6,5 \text{ cm}$. (1)
- d) $NC = 8,5 - 5,1 = 3,4 \text{ cm}$; $MB = 7 - 4,2 = 2,8 \text{ cm}$; périmètre = $2,8 + 6,5 + 3,4 + 3,9 = 16,6 \text{ cm}$: l'affirmation est fausse. (1)

Unités — la première chose à faire est de convertir 42 mm en 4,2 cm ; un produit en croix avec des unités mélangées donne un résultat dix fois trop grand.

Exercice 2 – Parallèles ou pas ?

(4 pts)

- a) $\frac{AM}{AB} = \frac{3,2}{4,8} = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2,6}{3,9} = \frac{26}{39} = \frac{2}{3}$. (1)
- b) Les rapports sont égaux et les points sont alignés dans le même ordre : d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$. (1)
- c) « Presque parallèles » n'existe pas : $4,5 \times 4,5 = 20,25$ et $6 \times 3,4 = 20,4$, produits différents, donc rapports différents ; d'après la contraposée, (PQ) et (EF) ne sont pas parallèles. (1)
- d) Oui, car le parallélisme est maintenant démontré : $\frac{MN}{BC} = \frac{2}{3}$ donne $BC = \frac{3 \times 3,5}{2} = 5,25 \text{ cm}$. (1)

Attention — deux arrondis voisins ne prouvent rien : on compare des fractions irréductibles ou des produits en croix, et une différence même minime signifie « non parallèles ».

Exercice 3 – Lecture d'un tableau de mesures

(4 pts)

- a) Les rayons sont parallèles et les objets verticaux : chaque objet et son ombre forment un triangle dans une configuration de Thalès avec le jalon ; $\frac{1,25}{1,75} = \frac{125}{175} = \frac{5}{7}$. (1)
- b) Panneau : $3,29 \times \frac{5}{7} = 2,35 \text{ m}$; château d'eau : $39,2 \times \frac{5}{7} = 28 \text{ m}$. (1)
- c) $91 \times \frac{5}{7} = 65 \text{ cm}$. (1)
- d) Le nouveau rapport est $\frac{1,25}{2,5} = \frac{1}{2}$, donc ombre = $28 \times 2 = 56 \text{ m}$. (1)

Le point clé — le rapport hauteur/ombre n'a de sens qu'à un instant donné ; quand le soleil bouge, il faut recalculer le rapport avec le jalon avant de l'appliquer aux autres objets.

Exercice 4 – Corriger une copie

(4 pts)

- a) Non : le théorème utilise les longueurs depuis A : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ avec $AB = 8$ cm. (1)
- b) $\frac{5}{8} = \frac{4}{AC}$ donc $AC = \frac{8 \times 4}{5} = 6,4$ cm et $NC = 6,4 - 4 = 2,4$ cm : mêmes valeurs que Lina. (1)
- c) Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les triangles sont proportionnels dans toutes leurs parties, donc $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ aussi : l'égalité est vraie, mais ce n'est pas la rédaction du théorème. (1)
- d) $MN = \frac{5 \times 5,6}{8} = 3,5$ cm ; rapport des aires = $\left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64} \approx 0,39$. (1)

Rédaction — au brevet, on attend l'égalité des trois rapports écrite depuis le sommet A , avec $AB = AM + MB$ calculé explicitement ; un résultat juste avec une mauvaise égalité perd des points.

Exercice 5 – Prise d'initiative — la falaise

(4 pts)

- a) Triangles OPT (petit) et OHS (grand), sommet commun O , avec $P \in [OH]$, $T \in [OS]$ et $(PT) \parallel (HS)$. (1)
- b) $OH = 1,2 + 8 = 9,2$ m ; $\frac{OP}{OH} = \frac{PT}{HS}$ donc $HS = \frac{1,5 \times 9,2}{1,2} = 11,5$ m. (1)
- c) $OH = 9,3$ m ; $HS = \frac{1,5 \times 9,3}{1,3} \approx 10,73$ m ; écart d'environ 0,77 m pour 10 cm d'erreur. (1)
- d) $\frac{OP}{OP+8} = \frac{1,5}{12} = 0,125$ donc $OP = 0,125 \times (OP + 8)$, soit $0,875 OP = 1$ et $OP \approx 1,14$ m. (1)

Repère — une petite erreur sur la plus courte longueur de la figure se répercute fortement sur le résultat : c'est le dénominateur du rapport qui pèse le plus.