

Devoir surveillé – Le théorème de Thalès

Configuration de Thalès, égalité des rapports, calcul de longueurs et réciproque pour prouver le parallélisme (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs de longueurs dans un triangle

(4 pts)

Dans le triangle ABC , le point M appartient au segment $[AB]$ et le point N au segment $[AC]$, avec $(MN) \parallel (BC)$. On donne $AM = 42$ mm, $AB = 7$ cm, $AN = 5,1$ cm et $MN = 3,9$ cm.

- Recopie l'égalité des trois rapports donnée par le théorème de Thalès dans cette figure, en précisant les hypothèses utilisées.
- Calcule la longueur AC .
- Calcule la longueur BC .
- En déduire la longueur NC . Un élève affirme que le périmètre du trapèze $MBCN$ vaut 16,2 cm : a-t-il raison ?

Exercice 2 – Parallèles ou pas ?

(4 pts)

Les points A, M, B sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points A, N, C . On donne $AM = 3,2$ cm, $AB = 4,8$ cm, $AN = 2,6$ cm et $AC = 3,9$ cm. Sur une seconde figure, les points D, P, E et D, Q, F sont alignés dans le même ordre, avec $DP = 4,5$ cm, $DE = 6$ cm, $DQ = 3,4$ cm et $DF = 4,5$ cm.

- Calcule les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sous forme de fractions irréductibles.
- Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Rédige la justification complète.
- Sur la seconde figure, un élève calcule $\frac{DP}{DE} \approx 0,75$ et $\frac{DQ}{DF} \approx 0,76$ et conclut que les droites (PQ) et (EF) sont « presque parallèles ». Que penses-tu de cette conclusion ? Donne la bonne réponse justifiée.
- Dans la première figure, on sait maintenant que $MN = 3,5$ cm. Peut-on calculer BC ? Si oui, fais-le ; sinon, explique pourquoi.

Exercice 3 – Lecture d'un tableau de mesures

(4 pts)

Un géomètre relève, au même instant, la longueur de l'ombre de plusieurs objets verticaux. Une seule hauteur est connue. Les rayons du soleil sont parallèles.

Objet	Hauteur	Longueur de l'ombre
Jalon	1,25 m	1,75 m
Panneau	?	3,29 m
Château d'eau	?	39,2 m
Borne	?	91 cm

- Explique pourquoi le rapport $\frac{\text{hauteur}}{\text{ombre}}$ est le même pour tous les objets, et calcule-le sous forme de fraction irréductible.
- Calcule la hauteur du panneau et celle du château d'eau.
- Calcule la hauteur de la borne, en centimètres.
- Une heure plus tard, l'ombre du jalon mesure 2,5 m. Quelle est alors la longueur de l'ombre du château d'eau ?

Exercice 4 – Corriger une copie

(4 pts)

Sur la figure, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$. On donne $AM = 5$ cm, $MB = 3$ cm et $AN = 4$ cm. Voici la copie de Lina : « D'après Thalès, $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$, donc $\frac{5}{3} = \frac{4}{NC}$ et $NC = \frac{3 \times 4}{5} = 2,4$ cm. Donc $AC = 4 + 2,4 = 6,4$ cm. »

- Lina a-t-elle écrit l'égalité de rapports attendue par le théorème de Thalès ? Écris celle qu'il fallait utiliser.
- Recalcule AC puis NC avec la bonne égalité. Que remarques-tu par rapport aux résultats de Lina ?
- Explique pourquoi l'égalité écrite par Lina donne malgré tout un résultat correct ici.
- On donne de plus $BC = 5,6$ cm. Calcule MN puis le rapport $\frac{\text{aire de } AMN}{\text{aire de } ABC}$.

Exercice 5 – Prise d'initiative — la falaise

(4 pts)

Depuis une plage, on veut connaître la hauteur SH d'une falaise verticale. Un observateur place un bâton vertical $[PT]$ de 1,5 m à 8 m du pied H de la falaise. En se couchant au sol au point O , à 1,2 m du bâton, il voit le sommet T du bâton et le sommet S de la falaise exactement alignés. On admet que O, P, H sont alignés et que $(PT) \parallel (HS)$.

- Fais un schéma codé de la situation (les longueurs n'ont pas à être respectées) et nomme les deux triangles de la configuration de Thalès.
- Calcule la hauteur de la falaise.
- L'observateur se trompe de 10 cm en mesurant la distance OP (il mesure 1,3 m au lieu de 1,2 m). Calcule la nouvelle hauteur obtenue et l'écart avec la valeur précédente.
- Une carte indique que la falaise mesure 12 m. Où l'observateur aurait-il dû se placer (distance OP) pour retrouver cette valeur avec le même bâton placé au même endroit ? Toute trace de recherche sera prise en compte.

Bon courage !