

Le théorème de Thalès

Durée : 60 min

Barème : / 20 points

Barème : 1 point par question, soit 4 points par exercice

Unités : réponse sans unité = 0,5 point retiré

1 Calculs de longueurs dans un triangle

/ 4 pts

- a. $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$, donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- b. $42 \text{ mm} = 4,2 \text{ cm}$; $\frac{4,2}{7} = \frac{5,1}{AC}$ donc $AC = \frac{7 \times 5,1}{4,2} = 8,5 \text{ cm}$.
- c. $\frac{4,2}{7} = \frac{3,9}{BC}$ donc $BC = \frac{7 \times 3,9}{4,2} = 6,5 \text{ cm}$.
- d. $NC = 8,5 - 5,1 = 3,4 \text{ cm}$; $MB = 7 - 4,2 = 2,8 \text{ cm}$; périmètre = $2,8 + 6,5 + 3,4 + 3,9 = 16,6 \text{ cm}$: l'affirmation est fausse.

Unités — la première chose à faire est de convertir 42 mm en 4,2 cm ; un produit en croix avec des unités mélangées donne un résultat dix fois trop grand.

2 Parallèles ou pas ?

/ 4 pts

- a. $\frac{AM}{AB} = \frac{3,24}{48} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2,63}{39} = \frac{2}{3}$.
- b. Les rapports sont égaux et les points sont alignés dans le même ordre : d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.
- c. « Presque parallèles » n'existe pas : $4,5 \times 4,5 = 20,25$ et $6 \times 3,4 = 20,4$, produits différents, donc rapports différents ; d'après la contraposée, (PQ) et (EF) ne sont pas parallèles.
- d. Oui, car le parallélisme est maintenant démontré : $\frac{MN}{BC} = \frac{2}{3}$ donne $BC = \frac{3 \times 5,2}{2} = 7,8 \text{ cm}$.

Attention — deux arrondis voisins ne prouvent rien : on compare des fractions irréductibles ou des produits en croix, et une différence même minime signifie « non parallèles ».

3 Lecture d'un tableau de mesures

/ 4 pts

- a. Les rayons sont parallèles et les objets verticaux : chaque objet et son ombre forment un triangle dans une configuration de Thalès avec le jalon ; $\frac{1,25}{175} = \frac{5}{7}$.
- b. Panneau : $3,29 \times \frac{5}{7} = 2,35 \text{ m}$; château d'eau : $39,2 \times \frac{5}{7} = 28 \text{ m}$.
- c. $91 \times \frac{5}{7} = 65 \text{ cm}$.
- d. Le nouveau rapport est $\frac{1,252}{5} = \frac{1}{4}$, donc ombre = $28 \times 2 = 56 \text{ m}$.

Le point clé — le rapport hauteur/ombre n'a de sens qu'à un instant donné ; quand le soleil bouge, il faut recalculer le rapport avec le jalon avant de l'appliquer aux autres objets.

4 Corriger une copie

/ 4 pts

- a. Non : le théorème utilise les longueurs depuis A : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ avec $AB = 8 \text{ cm}$.
- b. $\frac{5}{8} = \frac{4}{AC}$ donc $AC = \frac{8 \times 4}{5} = 6,4 \text{ cm}$ et $NC = 6,4 - 4 = 2,4 \text{ cm}$: mêmes valeurs que Lina.
- c. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les triangles sont proportionnels dans toutes leurs parties, donc $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ aussi : l'égalité est vraie, mais ce n'est pas la rédaction du théorème.
- d. $MN = \frac{5}{8} \times 5,68 = 3,5 \text{ cm}$; rapport des aires = $(\frac{5}{8})^2 = \frac{25}{64} \approx 0,39$.

Rédaction — au brevet, on attend l'égalité des trois rapports écrite depuis le sommet A, avec $AB = AM + MB$ calculé explicitement ; un résultat juste avec une mauvaise égalité perd des points.

5 Prise d'initiative — la falaise

/ 4 pts

- a. Triangles **OPT** (petit) et **OHS** (grand), sommet commun **O**, avec $P \in [OH]$, $T \in [OS]$ et $(PT) \parallel (HS)$.
- b. $OH = 1,2 + 8 = 9,2$ m ; $\frac{OP}{OH} = \frac{PT}{HS}$ donc $HS = \frac{1,5}{0,125} \times 9,2 = 11,5$ m.
- c. $OH = 9,3$ m ; $HS = \frac{1,5}{0,125} \times 9,3 = 11,58$ m ; écart d'environ 0,77 m pour 10 cm d'erreur.
- d. $\frac{OP}{OP + 8} = \frac{1,5}{11,58} = 0,1295$ donc $OP = 0,1295 \times (OP + 8)$, soit $0,8705 \times OP = 1$ et $OP \approx 1,14$ m.

Repère — une petite erreur sur la plus courte longueur de la figure se répercute fortement sur le résultat : c'est le dénominateur du rapport qui pèse le plus.