

Pythagore, Thalès & trigonométrie

Trois outils pour calculer des longueurs et des angles : Pythagore et la trigonométrie dans un triangle rectangle, Thalès avec des parallèles — et savoir lequel choisir.

1 Pythagore et sa réciproque

- **ABC** rectangle en A : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (BC = hypoténuse, le plus long côté, face à l'angle droit).
- Hypoténuse cherchée : on **additionne** ; côté de l'angle droit : on **soustrait**.
- **Réciproque** : si $(\text{plus grand côté})^2 = \text{somme des deux autres carrés}$, le triangle est rectangle. Sinon il ne l'est pas (contraposée).
- Calculer **séparément** les deux membres, puis comparer.

2 Thalès et sa réciproque

- (BM) et (CN) sécantes en A, (MN) // (BC) : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Tout part de A ; numérateurs = petit triangle, dénominateurs = grand.
- Une longueur : deux rapports utiles + produit en croix.
- **Réciproque** : points dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow (MN) // (BC)$.

3 Trigonométrie (triangle rectangle)

- **cos** = adjacent / hypoténuse ; **sin** = opposé / hypoténuse ; **tan** = opposé / adjacent (SOH-CAH-TOA).
- Opposé = en face de l'angle ; adjacent = touche l'angle (pas l'hypoténuse).
- Longueur : formule puis produit en croix. Angle : $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$, calculatrice en **degrés**.
- cos et sin sont toujours entre 0 et 1.

4 Méthode : choisir l'outil

1. Lire la figure : angle droit ? parallèles ? ce qui est connu, ce qui est cherché.
2. Triangle rectangle + 3 longueurs → **Pythagore** ; + un angle → **trigonométrie**.
3. Parallèles + sécantes → **Thalès**.
4. Prouver un angle droit → réciproque de Pythagore ; prouver un parallélisme → réciproque de Thalès.
5. Écrire la formule **avec les lettres**, même unité, valeur exacte, puis arrondi et unité.

5 Pièges à éviter

- Pythagore ou trigonométrie sans angle droit **démontré**.
- Confondre $\sqrt{a^2 + b^2}$ et $a + b$: on prend la racine de la somme des carrés.
- Mélanger cm et m, ou mm et cm, avant d'élever au carré.
- Un cos ou sin supérieur à 1 : rapport inversé.
- Réciproque de Thalès sans vérifier l'**ordre des points**.
- Arrondir avant la fin : garder la valeur exacte ($\sqrt{56}$, $\frac{5}{13}$) jusqu'au résultat.

L'ESSENTIEL

- Rectangle en A : $BC^2 = AB^2 + AC^2$; réciproque pour prouver l'angle droit.
- Parallèles + sécantes : $AM/AB = AN/AC = MN/BC$; réciproque pour prouver le parallélisme.
- $\cos = \text{adj}/\text{hyp}$, $\sin = \text{opp}/\text{hyp}$, $\tan = \text{opp}/\text{adj}$; angle avec la touche inverse.

- Avant de calculer : nommer le théorème et vérifier ses hypothèses.
- Même unité, valeur exacte, arrondi demandé, unité dans la conclusion.