

Corrigé et barème – Pythagore, Thalès & trigonométrie

Calculer une longueur ou un angle dans un triangle rectangle ou une configuration de Thalès — synthèse de géométrie de 3e

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3e

Exercice 1 – Un triangle rectangle sous toutes ses coutures

(4 pts)

- a) Pythagore : $AC^2 = 7,3^2 - 4,8^2 = 53,29 - 23,04 = 30,25$, donc $AC = 5,5$ cm. (1)
- b) $\cos ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{4,8}{7,3} \approx 0,658$, donc $ABC \approx 49^\circ$. (1)
- c) Aire = $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{4,8 \times 5,5}{2} = 13,2$ cm². (1)
- d) Aire = $\frac{BC \times AH}{2}$ donc $AH = \frac{2 \times 13,2}{7,3} \approx 3,6$ cm. (1)

Méthode — une même figure appelle plusieurs outils : Pythagore pour la longueur, la trigonométrie pour l'angle, et l'aire calculée de deux façons pour une hauteur.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : rectangles ou pas ?

(4 pts)

- a) $7^2 = 49$; $4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$: égalité, donc rectangle (réciproque de Pythagore), angle droit opposé au côté de 7 cm. (1)
- b) $9,9^2 = 98,01$; $6^2 + 8^2 = 100$: $98,01 \neq 100$, donc T_2 n'est pas rectangle (contraposée). (1)
- c) En cm : 90, 120, 150 ; $150^2 = 22\,500 = 90^2 + 120^2 = 8100 + 14\,400$: rectangle. (1)
- d) $\tan = \frac{4,2}{5,6} = 0,75$, donc angle $\approx 37^\circ$. (1)

Attention — « presque égal » ne suffit jamais : 98,01 et 100 sont proches, mais le triangle T_2 n'est pas rectangle ; et on convertit toutes les longueurs dans la même unité avant d'élever au carré.

Exercice 3 – Le poteau et son câble

(4 pts)

- a) Le piquet et le poteau sont tous deux perpendiculaires au sol (AB), donc parallèles entre eux. (1)
- b) Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, soit $\frac{2,1}{6,5} = \frac{1,26}{BC}$, donc $BC = \frac{6,5 \times 1,26}{2,1} = 3,9$ m. (1)
- c) Pythagore dans ABC rectangle en B : $AC^2 = 6,5^2 + 3,9^2 = 42,25 + 15,21 = 57,46$, donc $AC \approx 7,58$ m. (1)
- d) $\tan BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{3,9}{6,5} = 0,6$, donc $BAC \approx 31^\circ$. (1)

Le point clé — deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles : c'est l'argument qui autorise Thalès dans tous les problèmes de piquets, d'ombres et de poteaux.

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification*(4 pts)*

- a) Vrai : $15 \text{ mm} = 1,5 \text{ cm}$; $3,9^2 = 15,21$ et $1,5^2 + 3,6^2 = 2,25 + 12,96 = 15,21$. (1)
- b) Faux : un cosinus est toujours inférieur ou égal à 1, car l'adjacent est plus court que l'hypoténuse ; quand l'angle est petit, le cosinus est proche de 1 sans le dépasser. (1)
- c) Faux : il faut aussi que les points A, M, B et A, N, C soient alignés dans le même ordre ; sinon la réciproque ne s'applique pas. (1)
- d) Vrai : si le triangle était rectangle en A , on aurait $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (théorème de Pythagore) ; c'est la contraposée. (1)

Rédaction — une affirmation fausse se réfute par un contre-exemple ou une propriété précise, jamais par « ça ne marche pas » ; une affirmation vraie se démontre en citant le théorème utilisé.

Exercice 5 – Prise d'initiative — la tyrolienne*(4 pts)*

- a) Dénivelé $= 12,4 - 2,8 = 9,6 \text{ m}$; triangle rectangle de côtés 54 m (horizontal) et 9,6 m (vertical). (1)
- b) Pythagore : $L^2 = 54^2 + 9,6^2 = 2916 + 92,16 = 3008,16$, donc $L \approx 54,85 \text{ m}$. (1)
- c) $\tan = \frac{9,6}{54} \approx 0,178$, donc angle $\approx 10,1^\circ < 12^\circ$: conforme. (1)
- d) Longueur nécessaire $= 54,85 + 3 = 57,85 \text{ m}$, soit 6 rouleaux (60 m) : $6 \times 38 = 228 \text{ €}$. (1)

Repère — dans un problème concret, le dénivelé n'est pas une hauteur donnée : il se calcule par différence, et le nombre de rouleaux s'arrondit toujours à l'entier supérieur.