

Pythagore, Thalès & trigonométrie

Barème : 1 point par question, soit 4 points par exercice

Unités : réponse sans unité = 0,5 point retiré

1 Un triangle rectangle sous toutes ses coutures

/ 4 pts

- Pythagore : $AC^2 = 7,3^2 - 4,8^2 = 53,29 - 23,04 = 30,25$, donc $AC = 5,5$ cm.
- $\cos ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{4,8}{5,5} \approx 0,873$, donc $ABC \approx 49^\circ$.
- Aire = $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{4,8 \times 5,5}{2} = 13,2$ cm².
- Aire = $\frac{BC \times AH}{2}$ donc $AH = \frac{2 \times 13,2}{5,5} \approx 4,8$ cm.

Méthode — une même figure appelle plusieurs outils : Pythagore pour la longueur, la trigonométrie pour l'angle, et l'aire calculée de deux façons pour une hauteur.

2 Lecture d'un tableau : rectangles ou pas ?

/ 4 pts

- $7^2 = 49$; $4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$: égalité, donc rectangle (réciproque de Pythagore), angle droit opposé au côté de 7 cm.
- $9,9^2 = 98,01$; $6^2 + 8^2 = 100$: $98,01 \neq 100$, donc T_2 n'est pas rectangle (contraposée).
- En cm : 90, 120, 150 ; $150^2 = 22\,500 = 90^2 + 120^2 = 8100 + 14\,400$: rectangle.
- $\tan = \frac{4,25}{5,6} \approx 0,75$, donc angle $\approx 37^\circ$.

Attention — « presque égal » ne suffit jamais : 98,01 et 100 sont proches, mais le triangle T_2 n'est pas rectangle ; et on convertit toutes les longueurs dans la même unité avant d'élever au carré.

3 Le poteau et son câble

/ 4 pts

- Le piquet et le poteau sont tous deux perpendiculaires au sol (AB), donc parallèles entre eux.
- Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, soit $\frac{2,16}{16,5} = \frac{1,26}{BC}$, donc $BC = \frac{1,26 \times 16,5}{2,16} = 9,75$ m.
- Pythagore dans ABC rectangle en B : $AC^2 = 6,5^2 + 3,9^2 = 42,25 + 15,21 = 57,46$, donc $AC \approx 7,58$ m.
- $\tan BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{9,75}{16,5} \approx 0,59$, donc $BAC \approx 31^\circ$.

Le point clé — deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles : c'est l'argument qui autorise Thalès dans tous les problèmes de piquets, d'ombres et de poteaux.

4 Vrai ou faux, avec justification

/ 4 pts

- Vrai : 15 mm = 1,5 cm ; $3,9^2 = 15,21$ et $1,5^2 + 3,6^2 = 2,25 + 12,96 = 15,21$.
- Faux : un cosinus est toujours inférieur ou égal à 1, car l'adjacent est plus court que l'hypoténuse ; quand l'angle est petit, le cosinus est proche de 1 sans le dépasser.
- Faux : il faut aussi que les points A, M, B et A, N, C soient alignés dans le même ordre ; sinon la réciproque ne s'applique pas.
- Vrai : si le triangle était rectangle en A, on aurait $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (théorème de Pythagore) ; c'est la contraposée.

Rédaction — une affirmation fausse se réfute par un contre-exemple ou une propriété précise, jamais par « ça ne marche pas » ; une affirmation vraie se démontre en citant le théorème utilisé.

5 Prise d'initiative — la tyrolienne

/ 4 pts

- a. Dénivelé = $12,4 - 2,8 = 9,6$ m ; triangle rectangle de côtés **54** m (horizontal) et **9,6** m (vertical).
- b. Pythagore : $L^2 = 54^2 + 9,6^2 = 2916 + 92,16 = 3008,16$, donc **L ≈ 54,85** m.
- c. $\tan = \frac{9,6}{54} \approx 0,178$, donc angle $\approx 10,1^\circ < 12^\circ$: conforme.
- d. Longueur nécessaire = **54,85 + 3 = 57,85** m, soit **6** rouleaux (**60** m) : **6 × 38 = 228 €**.

Repère — dans un problème concret, le dénivelé n'est pas une hauteur donnée : il se calcule par différence, et le nombre de rouleaux s'arrondit toujours à l'entier supérieur.