Devoir surveillé – Rotation : construire et propriétés

Rappels de 6e, 5e et 4e (symétrie axiale, demi-tour, translation, image et antécédent), rotation de centre O, d'angle et de sens donnés (OM′ = OM, angle au centre, quart de tour, demi-tour), construire l'image d'un point et d'une figure au rapporteur et au compas, sur quadrillage et dans un repère, propriétés conservées et calculs dans le triangle OMM′, rosaces, pavages et reconnaissance des transformations.

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3e

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Rappels : symétries et translation ★★ *(4 pts)*

Dans un repère d'origine O, on donne les points $A(-2\,;\,3)$, $B(4\,;\,1)$ et $C(1\,;\,-2)$.

a) Donne les coordonnées du symétrique de A par rapport au point O.

b) La translation qui transforme A en B transforme C en D. Calcule les coordonnées de D.

c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifie.

d) Une figure et son image ont la même forme. Quelle transformation a été appliquée si l'image a la tête en bas, sans effet miroir ? Et si elle est retournée comme dans un miroir ?

Exercice 2 – Rotations et triangles ★★ *(4 pts)*

O et M sont deux points tels que $OM = 4{,}5$ cm.

a) Quels sont les trois éléments qui définissent une rotation ?

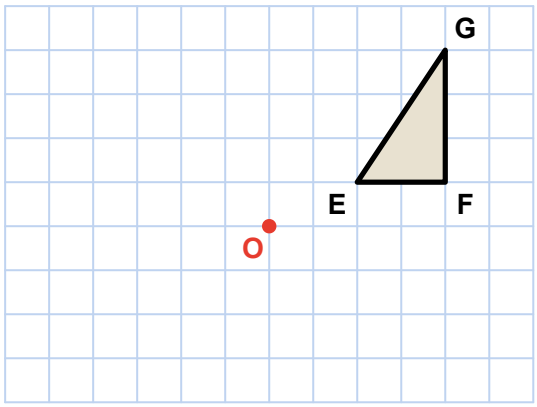
b) M' est l'image de M par la rotation de centre O d'angle $60°$. Quelle est la nature du triangle OMM' ? Déduis-en MM'.

c) P est l'image de M par la rotation de centre O d'angle $90°$. Quelle est la nature du triangle OMP ? Calcule MP au dixième près.

d) Dans un repère d'origine O, donne l'image de $K(-3{,}5\,;\,2)$ par la rotation de centre O d'angle $180°$, puis par le quart de tour de centre O dans le sens anti-horaire.

Exercice 3 – Construire l'image par une rotation ★★ *(4 pts)*

On a placé sur un quadrillage le point O et le triangle EFG (à reproduire sur ta copie).



a) Construis l'image $E'F'G'$ du triangle EFG par le quart de tour de centre O dans le sens horaire. Décris le trajet de O à chaque image.

b) Le triangle EFG est rectangle en F, avec $EF = 2$ carreaux et $FG = 3$ carreaux. Que peux-tu dire du triangle $E'F'G'$? Justifie.

c) Sur une feuille blanche, trace un segment $[OR]$ de 5 cm. Construis au rapporteur et au compas l'image R' de R par la rotation de centre O d'angle $70°$ dans le sens anti-horaire. Explique les étapes.

d) Quelle est la nature du triangle ORR' ? Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ORR'}$.

Exercice 4 – Vrai ou faux ? ★★ *(4 pts)*

Réponds par vrai ou faux et justifie chaque réponse en une phrase.

a) La rotation de centre O d'angle $180°$ est la symétrie de centre O.

b) Par une rotation, l'image d'une figure peut être retournée, comme dans un miroir.

c) L'image d'un cercle de centre C et de rayon 3 cm par une rotation est un cercle de rayon 3 cm dont le centre est l'image de C.

d) Par une rotation de centre O, tout point M a pour image un point M' tel que $MM' = OM$.

Exercice 5 – Rosaces et pavages ★★★ *(4 pts)*

Réponds en justifiant.

a) Une rosace comporte 8 motifs identiques régulièrement répartis autour de O. Quel est l'angle de la rotation qui envoie un motif sur son voisin ?

b) Les motifs de cette rosace sont numérotés de ① à ⑧ dans le sens anti-horaire. Par quelle rotation passe-t-on du motif ③ au motif ⑦ ? Quelle transformation vue en 5e est-ce ?

c) Un motif est répété par une rotation de $150°$ autour de O. Après combien de rotations retrouve-t-il exactement sa position de départ ? Justifie.

d) Le dodécagone régulier a des angles de $150°$. Explique pourquoi on peut assembler deux dodécagones réguliers et un triangle équilatéral autour d'un même sommet, mais pas trois dodécagones.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).