

Puissances & écriture scientifique

Calculer avec des puissances, manier les puissances de 10 et écrire ou comparer les très grands et très petits nombres en écriture scientifique.

1 Définitions

- $a^n = a \times a \times \dots \times a$ (n facteurs) ; a = base, n = exposant.
- $a^1 = a$; $a^0 = 1$; $a^{-n} = 1 / a^n$ (un inverse, pas un négatif).
- $(-2)^4 = 16$ mais $-2^4 = -16$; exposant pair → positif, impair → signe de la base.
- $2^{-3} = 1/8 = 0,125$; $0,5^2 = 0,25$.

2 Puissances de 10

- $10^n = 1$ suivi de n zéros : $10^6 = 1\,000\,000$.
- $10^{-n} =$ un 1 au n-ième rang après la virgule : $10^{-3} = 0,001$.
- kilo 10^3 , méga 10^6 , giga 10^9 ; milli 10^{-3} , micro 10^{-6} , nano 10^{-9} .
- $\times 10^n$: virgule de n rangs vers la droite ; $\times 10^{-n}$: vers la gauche.

3 Règles de calcul

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$; $a^m \div a^n = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{m \times n}$.
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$.
- **Aucune règle pour les sommes** : $10^4 + 10^4 = 2 \times 10^4$.
- Exemples : $10^{-3} \times 10^8 = 10^5$; $10^2 \div 10^7 = 10^{-5}$; $(10^{-2})^3 = 10^{-6}$.

4 Écriture scientifique

1. Forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ (un seul chiffre non nul avant la virgule).
2. Placer la virgule après le premier chiffre non nul, compter les rangs : vers la gauche → $n > 0$, vers la droite → $n < 0$.
3. $4\,620\,000 = 4,62 \times 10^6$; $0,00073 = 7,3 \times 10^{-4}$; $125 \times 10^4 = 1,25 \times 10^6$.
4. Produit ou quotient : regrouper les a, puis les puissances de 10, puis remettre en forme.
5. Somme : mettre à la même puissance de 10 d'abord.

5 Comparer et estimer

- Comparer les **exposants** d'abord, puis les a : $1,2 \times 10^{-3} > 9,8 \times 10^{-4}$.
- Ordre de grandeur = puissance de 10 la plus proche.
- Pour vérifier un résultat, estimer l'exposant avant de calculer.

6 Pièges à éviter

- $2^3 = 8$, pas 6 ; $3^4 = 81$, pas 12.
- Un exposant négatif ne donne pas un nombre négatif.
- $10^3 \times 10^4 = 10^7$ (pas 10^{12}) ; $(10^2)^3 = 10^6$ (pas 10^5).
- 45×10^{-3} n'est pas une écriture scientifique : $4,5 \times 10^{-2}$.
- Comparer les a avant les exposants.

L'ESSENTIEL

- a^n : n facteurs a ; $a^0 = 1$; $a^{-n} = 1/a^n$.
- Produit : on ajoute les exposants ; quotient : on soustrait ; puissance de puissance : on multiplie.
- Écriture scientifique : $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

- Pour comparer, regarder l'exposant d'abord.
- Somme de puissances de 10 : même exposant d'abord, jamais de règle automatique.