

Corrigé et barème – Les probabilités

Expérience aléatoire, issues, événements, probabilité d'un événement, équiprobabilité, événement contraire et expériences à deux épreuves (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Exercice 1 – Le dé à douze faces

(4 pts)

- a) 12 issues ; le dé est équilibré, donc il y a équiprobabilité. (1)
- b) Multiples de 4 : 4, 8, 12 $\rightarrow \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; premiers : 2, 3, 5, 7, 11 $\rightarrow \frac{5}{12}$. (1)
- c) Multiples de 5 : 5, 10 $\rightarrow P = \frac{2}{12}$; contraire : $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. (1)
- d) Impossible : « obtenir 13 », $P = 0$; certain : « obtenir un nombre inférieur à 13 », $P = 1$. (1)

Méthode — lister les issues favorables évite les oublis (1 n'est pas premier, 12 est un multiple de 4) ; pour « ne pas », on passe par le contraire.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : le menu de la cantine

(4 pts)

- a) $P(6^e) = \frac{120}{240} = \frac{1}{2}$; $P(\text{végétarien}) = \frac{75}{240} = \frac{5}{16}$. (1)
- b) $\frac{90}{240} = \frac{3}{8}$. (1)
- c) 6^e (120) plus les 5^e végétariens (30) : $\frac{150}{240} = \frac{5}{8}$. (1)
- d) Les événements ne sont pas incompatibles : les 45 élèves de 6^e au menu végétarien sont comptés deux fois ; il faut les retirer : $\frac{120 + 75 - 45}{240} = \frac{150}{240}$. (1)

Attention — on n'additionne les probabilités que pour des événements incompatibles ; dans un tableau à double entrée, la case commune ne doit être comptée qu'une seule fois.

Exercice 3 – Deux tirages dans un sac

(4 pts)

- a) Branches $\frac{3}{5}$ et $\frac{2}{5}$ à chaque niveau ; $P(VV) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$. (1)
- b) $P(VO) + P(OV) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$. (1)
- c) $P(VV) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10} = \frac{7,5}{25} < \frac{9}{25}$: il est moins probable d'avoir deux verts sans remise. (1)
- d) Contraire de « deux verts » : $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$. (1)

Le point clé — sur un arbre, on multiplie le long d'un chemin et on additionne les chemins favorables ; sans remise, les probabilités de la seconde branche changent car le sac a changé.

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification*(4 pts)*

- a) Faux : chaque lancer est indépendant des précédents, $P(\text{Face}) = \frac{1}{2}$. (1)
- b) Faux : s'ils étaient incompatibles, $P(A \text{ ou } B) = 1,1 > 1$, impossible. (1)
- c) Vrai : $3 \div 8 = 0,375$. (1)
- d) Faux : 10 est le nombre attendu en moyenne, mais le hasard peut donner 7 ou 13 fois le 6 ; la fréquence se rapproche de $\frac{1}{6}$ seulement sur un très grand nombre de lancers. (1)

Erreur fréquente — une probabilité décrit une tendance sur un grand nombre d'essais, jamais le résultat d'un lancer précis, et le hasard n'a pas de mémoire.

Exercice 5 – Prise d'initiative — le stand de la kermesse*(4 pts)*

- a) $P(5 \text{ ou } 6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. (1)
- b) Environ $600 \times \frac{1}{6} = 100$ lots de chaque sorte. (1)
- c) Encaissé : $600 \times 2 = 1\,200$ € ; lots : $100 \times 10 + 100 \times 3 = 1\,300$ € ; le stand perd environ 100 €. (1)
- d) $100 \times g + 300 \leq 1\,200 \iff g \leq 9$: un lot d'au plus 9 €. (1)

Repère — multiplier une probabilité par un nombre de parties donne une prévision moyenne, suffisante pour une décision d'organisation même si le résultat réel varie un peu.