

Les probabilités

Durée : 60 min

Barème : / 20 points

Barème : 1 point par question, soit 4 points par exercice

Unités : réponse sans unité = 0,5 point retiré

1 Le dé à douze faces

/ 4 pts

- a. 12 issues ; le dé est équilibré, donc il y a équiprobabilité.
- b. Multiples de 4 : 4, 8, 12 $\rightarrow \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; premiers : 2, 3, 5, 7, 11 $\rightarrow \frac{5}{12}$.
- c. Multiples de 5 : 5, 10 $\rightarrow P = \frac{2}{12}$; contraire : $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.
- d. Impossible : « obtenir 13 », $P = 0$; certain : « obtenir un nombre inférieur à 13 », $P = 1$.

Méthode — lister les issues favorables évite les oublis (1 n'est pas premier, 12 est un multiple de 4) ; pour « ne pas », on passe par le contraire.

2 Lecture d'un tableau : le menu de la cantine

/ 4 pts

- a. $P(6^e) = \frac{120}{240} = \frac{1}{2}$; $P(\text{végétarien}) = \frac{75}{240} = \frac{5}{16}$.
- b. $\frac{90}{240} = \frac{3}{8}$.
- c. 6^e (120) plus les 5^e végétariens (30) : $\frac{150}{240} = \frac{5}{8}$.
- d. Les événements ne sont pas incompatibles : les 45 élèves de 6^e au menu végétarien sont comptés deux fois ; il faut les retirer : $\frac{120 + 75 - 45}{240} = \frac{150}{240}$.

Attention — on n'additionne les probabilités que pour des événements incompatibles ; dans un tableau à double entrée, la case commune ne doit être comptée qu'une seule fois.

3 Deux tirages dans un sac

/ 4 pts

- a. Branches $\frac{3}{5}$ et $\frac{2}{5}$ à chaque niveau ; $P(VV) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$.
- b. $P(VO) + P(OV) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$.
- c. $P(VV) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10} = \frac{9}{25}$: il est moins probable d'avoir deux verts sans remise.
- d. Contraire de « deux verts » : $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

Le point clé — sur un arbre, on multiplie le long d'un chemin et on additionne les chemins favorables ; sans remise, les probabilités de la seconde branche changent car le sac a changé.

4 Vrai ou faux, avec justification

/ 4 pts

- a. Faux : chaque lancer est indépendant des précédents, $P(\text{Face}) = \frac{1}{2}$.
- b. Faux : s'ils étaient incompatibles, $P(A \text{ ou } B) = 1,1 > 1$, impossible.
- c. Vrai : $3 \div 8 = 0,375$.
- d. Faux : 10 est le nombre attendu en moyenne, mais le hasard peut donner 7 ou 13 fois le 6 ; la fréquence se rapproche de $\frac{1}{6}$ seulement sur un très grand nombre de lancers.

Erreur fréquente — une probabilité décrit une tendance sur un grand nombre d'essais, jamais le résultat d'un lancer précis, et le hasard n'a pas de mémoire.

5 Prise d'initiative — le stand de la kermesse

/ 4 pts

- a. $P(5 \text{ ou } 6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- b. Environ $600 \times \frac{1}{6} = 100$ lots de chaque sorte.
- c. Encaissé : $600 \times 2 = 1\,200$ € ; lots : $100 \times 10 + 100 \times 3 = 1\,300$ € ; le stand perd environ 100 €.
- d. $100 \times g + 300 \leq 1\,200 \Leftrightarrow g \leq 9$: un lot d'au plus 9 €.

Repère — multiplier une probabilité par un nombre de parties donne une prévision moyenne, suffisante pour une décision d'organisation même si le résultat réel varie un peu.