

Corrigé et barème – Notion de fonction

Définition, notation, image et antécédent, tableau de valeurs et lecture graphique — programme de 3e

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3e

Exercice 1 – Images et antécédents par le calcul

(4 pts)

- a) $f(2) = 8 - 6 = 2$; $f(-1) = 2 + 3 = 5$. (1)
- b) $f(1,5) = 2 \times 2,25 - 4,5 = 0$: oui. (1)
- c) $x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$; produit nul : $x = 0$ ou $x = 1,5$. (1)
- d) $f(-2) = 8 + 6 = 14$: oui, le point est sur la courbe. (1)

Méthode — une image se calcule en remplaçant x (avec des parenthèses pour un négatif) ; un antécédent se cherche en résolvant une équation, ici grâce à une factorisation.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau de valeurs

(4 pts)

- a) $h(4) = 7$; -1 est un antécédent de 2. (1)
- b) 0 et 2 (deux antécédents lisibles). (1)
- c) Pour $x = 0$: $4 \times 0 - 1 = -1$, cohérent ; pour $x = 2$: $4 \times 2 - 1 = 7 \neq -1$: la formule est fausse, une seule colonne en défaut suffit. (1)
- d) Non : le tableau ne donne que six valeurs ; entre 0 et 4, par exemple, h passe de -1 à 7 et peut très bien prendre la valeur 3. (1)

Attention — un tableau de valeurs se lit dans les deux sens, mais il reste partiel : il permet de réfuter une formule par un contre-exemple, jamais de conclure sur ce qu'il ne contient pas.

Exercice 3 – Une droite dans un repère

(4 pts)

- a) $f(0) = -3$ et $f(2) = 1$: les deux points sont sur la courbe. (1)
- b) $f(4) = 5$; $2x - 3 = 7$ donne $x = 5$. (1)
- c) $f(-1,5) = -3 - 3 = -6$: oui. (1)
- d) $2x - 3 = -x$ donne $x = 1$; c'est l'abscisse du point d'intersection de la droite avec la droite d'équation $y = -x$. (1)

Le point clé — « le point est sur la courbe » et « $f(a) = b$ » sont une seule et même information ; toute question graphique se traduit par un calcul d'image ou une équation.

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification

(4 pts)

- a) Faux : 5 est l'image de 3, et 3 est un antécédent de 5. (1)
- b) Vrai : par la fonction carré, 9 a pour antécédents 3 et -3 . (1)
- c) Faux : $(-4)^2 = 16$; un carré n'est jamais négatif. (1)
- d) Vrai : $f(2,5) = 10$. (1)

Erreur fréquente — confondre image et antécédent revient à lire l'égalité $f(a) = b$ à l'envers : le nombre entre parenthèses est toujours l'antécédent.

Exercice 5 – Prise d’initiative — la boîte sans couvercle*(4 pts)*

- a) Après découpe, le fond est un carré de côté $30 - 2x$ et la hauteur vaut x : $V = \text{aire du fond} \times \text{hauteur}$. (1)
- b) $V(2) = 2 \times 26^2 = 1\,352 \text{ cm}^3$; $V(7,5) = 7,5 \times 15^2 = 1\,687,5 \text{ cm}^3$. (1)
- c) $V(3) = 1\,728$; $V(4) = 1\,936$; $V(5) = 2\,000$; $V(6) = 1\,944$: le plus grand volume est obtenu pour $x = 5$. (1)
- d) Il faut $x > 0$ (une hauteur) et $30 - 2x > 0$, soit $x < 15$: x est compris entre 0 et 15 cm. (1)

Repère — une fonction issue d’un problème concret n’a de sens que sur un certain intervalle de valeurs ; le tableau de valeurs sert à repérer où le volume est le plus grand.