

Corrigé et barème – Homothétie & agrandissement-réduction

Centre, rapport k , image d'une figure, effet sur les longueurs, les aires et les volumes (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Exercice 1 – Image d'un triangle par une homothétie

(4 pts)

- a) $OA' = 2,5 \times 3,2 = 8 \text{ cm}$; $OB' = 2,5 \times 2,8 = 7 \text{ cm}$; A' et B' sont sur les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$, du même côté que A et B (rapport positif). (1)
- b) $A'B' = 2,5 \times 2,6 = 6,5 \text{ cm}$; $B'A'C' = 54^\circ$ car l'homothétie conserve les angles. (1)
- c) Aire = $3,12 \times 2,5^2 = 3,12 \times 6,25 = 19,5 \text{ cm}^2$. (1)
- d) Non : $OA' = 2,5 \times OA$, mais $AA' = OA' - OA = 8 - 3,2 = 4,8 \text{ cm}$. (1)

Attention — le rapport multiplie la distance au centre, pas le déplacement du point ; et 28 mm doit devenir 2,8 cm avant tout calcul.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : maquettes

(4 pts)

- a) Voiture : $\frac{8,4}{420} = \frac{1}{50}$; avion : $\frac{50}{3600} = \frac{1}{72}$; l'avion est plus réduit ($\frac{1}{72} < \frac{1}{50}$). (1)
- b) $324 \text{ m} = 32\,400 \text{ cm}$; $32\,400 \div 500 = 64,8 \text{ cm}$. (1)
- c) $9,6 \text{ m}^2 = 96\,000 \text{ cm}^2$; aires divisées par $50^2 = 2\,500$: $96\,000 \div 2\,500 = 38,4 \text{ cm}^2$. (1)
- d) Il faut $38,4 \times 0,5 = 19,2 \text{ mL} > 12 \text{ mL}$: un pot ne suffit pas, il en faut deux. (1)

Unités — une échelle se calcule avec deux longueurs dans la même unité ; pour les aires, on convertit d'abord en cm^2 puis on divise par le carré de l'échelle.

Exercice 3 – Les bougies

(4 pts)

- a) Hauteur = $12 \times 0,75 = 9 \text{ cm}$; volume = $360 \times 0,75^3 = 360 \times 0,421875 = 151,875 \text{ cm}^3$, soit environ $151,9 \text{ cm}^3$. (1)
- b) Grande : $360 \times 0,9 = 324 \text{ g}$; petite : $151,875 \times 0,9 \approx 137 \text{ g}$. (1)
- c) $k^3 = \frac{45}{360} = \frac{1}{8}$, donc $k = \frac{1}{2}$; hauteur = 6 cm . (1)
- d) $30 \times \frac{1}{8} = 3,75 \text{ h}$, soit 3 h 45 min. (1)

Le point clé — pour retrouver le rapport à partir de deux volumes, on cherche le nombre dont le cube vaut le quotient : $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$.

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification*(4 pts)*

- a) Faux : les longueurs sont triplées, l'aire est multipliée par $3^2 = 9$. (1)
- b) Vrai : un cercle a pour image un cercle et les longueurs sont multipliées par $|-2| = 2$; le signe ne change que la position du centre du cercle image. (1)
- c) Vrai : les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{2} \times 2 = 1$; la figure finale est superposable à la figure de départ. (1)
- d) Faux : $k = 3$, donc les volumes sont dans le rapport $3^3 = 27$; 1 à 9 est le rapport des aires. (1)

Erreur fréquente — le rapport k ne s'applique tel quel qu'aux longueurs ; dès qu'il s'agit d'aires ou de volumes, il faut l'élever au carré ou au cube.

Exercice 5 – Prise d'initiative — les boîtes de conserve*(4 pts)*

- a) $k = \frac{12}{8} = 1,5$. (1)
- b) Volume $\times 1,5^3 = 3,375 : 40 \times 3,375 = 135$ cL, soit 1,35 L. (1)
- c) Petite : $1,20 \div 0,4 = 3$ €/L ; grande : $3,60 \div 1,35 \approx 2,67$ €/L : la grande est plus avantageuse. (1)
- d) Étiquette $\times 1,5^2 = 2,25 : 150 \times 2,25 = 337,5$ cm² ; par litre : petite $150 \div 0,4 = 375$ cm²/L, grande $337,5 \div 1,35 = 250$ cm²/L : moins de papier par litre. (1)

Repère — quand la taille augmente, le volume (k^3) croît plus vite que la surface (k^2) : c'est pourquoi les grands contenants utilisent moins d'emballage par litre.