

Devoir surveillé – Homothétie & agrandissement-réduction

Centre, rapport k , image d'une figure, effet sur les longueurs, les aires et les volumes (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Image d'un triangle par une homothétie (4 pts)

On considère un point O et un triangle ABC tels que $OA = 3,2$ cm, $OB = 28$ mm, $AB = 2,6$ cm et l'angle $BAC = 54^\circ$. L'aire du triangle ABC vaut $3,12$ cm². On note $A'B'C'$ l'image de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $2,5$.

- Calcule OA' et OB' (en cm). Où sont placés A' et B' par rapport à O ?
- Calcule la longueur $A'B'$ et donne la mesure de l'angle $B'A'C'$. Justifie.
- Calcule l'aire du triangle $A'B'C'$.
- Un élève affirme que $AA' = 2,5 \times OA$. A-t-il raison ? Calcule AA' .

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : maquettes (4 pts)

Un magasin vend des maquettes. Le tableau donne, pour chacune, une dimension réelle et la dimension correspondante sur la maquette.

Objet	Dimension réelle	Sur la maquette	Échelle
Voiture (longueur)	4,2 m	8,4 cm	?
Avion (envergure)	36 m	50 cm	?
Tour (hauteur)	324 m	?	1/500

- Calcule l'échelle de la maquette de voiture, puis celle de l'avion. Laquelle est la plus réduite ?
- Calcule la hauteur de la maquette de la tour.
- La carrosserie de la voiture réelle a une surface de $9,6$ m². Quelle surface de peinture faut-il prévoir pour la maquette, en cm² ?
- Le pot de peinture de la maquette contient 12 mL et couvre $0,5$ mL par cm² de surface. Un seul pot suffit-il ? Justifie.

Exercice 3 – Les bougies (4 pts)

Une bougie a la forme d'un cône de 12 cm de hauteur et de volume 360 cm³. Un artisan fabrique des bougies de même forme mais de tailles différentes. La cire a une masse volumique de $0,9$ g/cm³.

- Une petite bougie est obtenue par une réduction de rapport $0,75$. Calcule sa hauteur et son volume.
- Calcule la masse de cire de la grande bougie et celle de la petite, arrondies au gramme.
- L'artisan veut une bougie de 45 cm³. Quel rapport de réduction doit-il utiliser ? Quelle sera sa hauteur ?
- Une bougie de 12 cm brûle en 30 h. En supposant que la durée est proportionnelle au volume, combien de temps brûle la bougie de 45 cm³ ?

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification*(4 pts)*

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie.

- a) « Une homothétie de rapport 3 triple l'aire d'une figure. »
- b) « L'image d'un cercle de rayon 2 cm par une homothétie de rapport -2 est un cercle de rayon 4 cm. »
- c) « Si l'on réduit une figure avec $k = \frac{1}{2}$ puis que l'on agrandit l'image avec $k = 2$, on retrouve une figure de même taille. »
- d) « Deux solides de même forme dont les hauteurs sont 5 cm et 15 cm ont des volumes dans le rapport 1 à 9. »

Exercice 5 – Prise d'initiative — les boîtes de conserve*(4 pts)*

Deux boîtes de conserve cylindriques ont exactement la même forme. La petite mesure 8 cm de haut, contient 40 cL et coûte 1,20 €. La grande mesure 12 cm de haut et coûte 3,60 €. L'étiquette de la petite boîte a une aire de 150 cm².

- a) Quel est le rapport d'agrandissement de la petite boîte vers la grande ?
- b) Quelle est la contenance de la grande boîte ?
- c) Quelle boîte est la plus avantageuse ? Compare les prix au litre.
- d) Quelle est l'aire de l'étiquette de la grande boîte ? Le fabricant utilise-t-il proportionnellement plus ou moins de papier par litre pour la grande boîte ?

Bon courage !