

Homothétie & agrandissement-réduction

Barème : 1 point par question, soit 4 points par exercice

Unités : réponse sans unité = 0,5 point retiré

1 Image d'un triangle par une homothétie

/ 4 pts

- a. $OA' = 2,5 \times 3,2 = 8$ cm ; $OB' = 2,5 \times 2,8 = 7$ cm ; A' et B' sont sur les demi-droites [OA) et [OB), du même côté que A et B (rapport positif).
- b. $A'B' = 2,5 \times 2,6 = 6,5$ cm ; $B'A'C' = 54^\circ$ car l'homothétie conserve les angles.
- c. Aire = $3,12 \times 2,5^2 = 3,12 \times 6,25 = 19,5$ cm².
- d. Non : $OA' = 2,5 \times OA$, mais $AA' = OA' - OA = 8 - 3,2 = 4,8$ cm.

Attention — le rapport multiplie la distance au centre, pas le déplacement du point ; et 28 mm doit devenir 2,8 cm avant tout calcul.

2 Lecture d'un tableau : maquettes

/ 4 pts

- a. Voiture : $\frac{8,4420}{50} = \frac{1}{50}$; avion : $\frac{50}{3600} = \frac{1}{72}$; l'avion est plus réduit ($\frac{1}{72} < \frac{1}{50}$).
- b. 324 m = 32 400 cm ; $32\,400 \div 500 = 64,8$ cm.
- c. $9,6$ m² = 96 000 cm² ; aires divisées par $50^2 = 2\,500$: $96\,000 \div 2\,500 = 38,4$ cm².
- d. Il faut $38,4 \times 0,5 = 19,2$ mL > 12 mL : un pot ne suffit pas, il en faut deux.

Unités — une échelle se calcule avec deux longueurs dans la même unité ; pour les aires, on convertit d'abord en cm² puis on divise par le carré de l'échelle.

3 Les bougies

/ 4 pts

- a. Hauteur = $12 \times 0,75 = 9$ cm ; volume = $360 \times 0,75^3 = 360 \times 0,421875 = 151,875$ cm³, soit environ 151,9 cm³.
- b. Grande : $360 \times 0,9 = 324$ g ; petite : $151,875 \times 0,9 \approx 137$ g.
- c. $k^3 = \frac{45}{360} = \frac{1}{8}$, donc $k = \frac{1}{2}$; hauteur = 6 cm.
- d. $30 \times \frac{1}{8} = 3,75$ h, soit 3 h 45 min.

Le point clé — pour retrouver le rapport à partir de deux volumes, on cherche le nombre dont le cube vaut le quotient : $\frac{1}{8} = (\frac{1}{2})^3$.

4 Vrai ou faux, avec justification

/ 4 pts

- a. Faux : les longueurs sont triplées, l'aire est multipliée par $3^2 = 9$.
- b. Vrai : un cercle a pour image un cercle et les longueurs sont multipliées par $|-2| = 2$; le signe ne change que la position du centre du cercle image.
- c. Vrai : les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{2} \times 2 = 1$; la figure finale est superposable à la figure de départ.
- d. Faux : $k = 3$, donc les volumes sont dans le rapport $3^3 = 27$; 1 à 9 est le rapport des aires.

Erreur fréquente — le rapport k ne s'applique tel quel qu'aux longueurs ; dès qu'il s'agit d'aires ou de volumes, il faut l'élever au carré ou au cube.

- a. $k = \frac{12}{8} = 1,5$.
- b. Volume $\times 1,5^3 = 3,375 : 40 \times 3,375 = 135$ cL, soit **1,35** L.
- c. Petite : $1,20 \div 0,4 = 3$ €/L ; grande : $3,60 \div 1,35 \approx 2,67$ €/L : la grande est plus avantageuse.
- d. Étiquette $\times 1,5^2 = 2,25 : 150 \times 2,25 = 337,5$ cm² ; par litre : petite $150 \div 0,4 = 375$ cm²/L, grande $337,5 \div 1,35 = 250$ cm²/L : moins de papier par litre.

Repère — quand la taille augmente, le volume (k^3) croît plus vite que la surface (k^2) : c'est pourquoi les grands contenants utilisent moins d'emballage par litre.