

Corrigé et barème – Géométrie dans l'espace

Solides (prisme, cylindre, pyramide, cône, sphère et boule), volumes, sections de solides et effet d'un agrandissement-réduction (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Exercice 1 – Trois solides à comparer

(4 pts)

- a) $V = \frac{\pi \times 4,5^2 \times 8}{3} = 54\pi \approx 169,6 \text{ cm}^3$. (1)
- b) $V = \pi \times 4,5^2 \times 8 = 162\pi \approx 508,9 \text{ cm}^3$: trois fois le volume du cône. (1)
- c) $R = 4,5 \text{ cm}$; $V = \frac{4}{3}\pi \times 4,5^3 = 121,5\pi \approx 381,7 \text{ cm}^3$. (1)
- d) Cône < boule < cylindre ; non : le diamètre de la boule (9 cm) est égal à celui du cylindre mais dépasse sa hauteur (8 cm), la boule ne peut pas y entrer entièrement. (1)

Le point clé — une valeur exacte en π permet des comparaisons sans arrondi (54π , $121,5\pi$, 162π) ; l'arrondi ne vient qu'à la fin.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : contenances

(4 pts)

- a) $\pi \times 3,2^2 \times 24 = 245,76\pi \approx 772 \text{ cm}^3 = 77,2 \text{ cL} \geq 75$: étiquette correcte. (1)
- b) $6 \times 6 \times 20,5 = 738 \text{ cm}^3 = 73,8 \text{ cL} < 75$: étiquette incorrecte. (1)
- c) Rayon 3,5 cm : $\pi \times 3,5^2 \times 18 = 220,5\pi \approx 693 \text{ cm}^3 = 69,3 \text{ cL} < 70$: étiquette incorrecte (de peu). (1)
- d) A : $1,80 \div 0,772 \approx 2,33 \text{ €/L}$; B : $1,65 \div 0,738 \approx 2,24 \text{ €/L}$; C : $1,40 \div 0,693 \approx 2,02 \text{ €/L}$: C est le plus économique. (1)

Unités — 1 cL = 10 cm³ : on divise les cm³ par 10 pour obtenir des cL, et par 1 000 pour obtenir des litres ; un diamètre se divise par 2 avant d'être mis au carré.

Exercice 3 – Section d'une pyramide

(4 pts)

- a) $V = \frac{9^2 \times 12}{3} = 324 \text{ cm}^3$. (1)
- b) $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; $A'B' = 9 \times \frac{1}{3} = 3 \text{ cm}$. (1)
- c) Formule : $\frac{3^2 \times 4}{3} = 12 \text{ cm}^3$; réduction : $324 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 324 \div 27 = 12 \text{ cm}^3$. (1)
- d) $324 - 12 = 312 \text{ cm}^3$. (1)

Astuce — la petite pyramide est une réduction de la grande : le rapport se lit sur les hauteurs, et le volume s'en déduit par k^3 sans recalculer la base.

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification

(4 pts)

- a) Faux : le volume est multiplié par $2^3 = 8$. (1)
- b) Faux : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ L}$. (1)
- c) Vrai : $\mathcal{B}h$ contre $\frac{\mathcal{B}h}{3}$, le cylindre vaut trois cônes. (1)
- d) Vrai : la section est un carré superposable à la face, quelle que soit la position du plan. (1)

Erreur fréquente — les unités de volume changent par paliers de 1 000 et les volumes suivent le cube du rapport : deux fois plus grand en longueur, huit fois plus grand en volume.

Exercice 5 – Prise d’initiative — la piscine hors-sol*(4 pts)*

- a) Rayon 2,3 m, hauteur d’eau 1,1 m : $V = \pi \times 2,3^2 \times 1,1 \approx 18,3 \text{ m}^3$. (1)
- b) $18,3 \div 1,4 \approx 13,06 \text{ h}$, soit environ 13 h 04 min. (1)
- c) $18,3 \times 4,20 \approx 76,9 \text{ €}$. (1)
- d) $5 \times 70 = 350 \text{ L} = 0,35 \text{ m}^3$; hausse = $\frac{0,35}{\pi \times 2,3^2} \approx 0,021 \text{ m}$, soit 2,1 cm < 10 cm : l’eau ne déborde pas. (1)

Repère — pour une hausse de niveau, on divise le volume ajouté par l’aire de la base : c’est la formule $V = \mathcal{B} \times h$ lue à l’envers.