

Devoir surveillé – Géométrie dans l'espace

Solides (prisme, cylindre, pyramide, cône, sphère et boule), volumes, sections de solides et effet d'un agrandissement-réduction (programme de 3e)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Trois solides à comparer

(4 pts)

On considère un cône de rayon 4,5 cm et de hauteur 8 cm, un cylindre de même rayon et de même hauteur, et une boule de diamètre 9 cm. Les volumes sont demandés en valeur exacte (en π) puis arrondis au dixième de cm^3 .

- Calcule le volume du cône.
- Calcule le volume du cylindre. Que remarque-t-on par rapport au cône ?
- Calcule le volume de la boule.
- Range les trois solides par volume croissant. La boule peut-elle entrer dans le cylindre ? Justifie.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : contenances

(4 pts)

Trois récipients portent une étiquette indiquant leur contenance. On veut vérifier ces indications.

Récipient	Forme	Dimensions intérieures	Étiquette	Prix
A	cylindre	rayon 3,2 cm, hauteur 24 cm	75 cL	1,80 €
B	pavé droit	6 cm $\times$ 6 cm $\times$ 20,5 cm	75 cL	1,65 €
C	cylindre	diamètre 7 cm, hauteur 18 cm	70 cL	1,40 €

- Calcule le volume du récipient A en cm^3 (arrondi à l'unité), puis en cL. L'étiquette est-elle correcte ?
- Même question pour le récipient B.
- Même question pour le récipient C. Attention à la dimension donnée.
- Calcule le prix au litre de chaque récipient (à partir du volume réel) et indique le plus économique.

Exercice 3 – Section d'une pyramide

(4 pts)

$SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée de côté 9 cm et de hauteur $SO = 12$ cm. On la coupe par un plan parallèle à la base, passant par le point O' de $[SO]$ tel que $SO' = 4$ cm. La section est le carré $A'B'C'D'$.

- Calcule le volume de la pyramide $SABCD$.
- Quel est le rapport de réduction entre la pyramide $SA'B'C'D'$ et la pyramide $SABCD$? En déduire la longueur $A'B'$.
- Calcule le volume de la petite pyramide $SA'B'C'D'$ de deux façons différentes.
- Calcule le volume du solide $ABCD A'B'C'D'$ restant sous la section, en cm^3 .

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification*(4 pts)*

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie par un calcul ou une propriété.

- a) « Si l'on double le rayon d'une boule, son volume double. »
- b) « $1 \text{ m}^3 = 100 \text{ L}$. »
- c) « Un cylindre et un cône de même base et de même hauteur ont des volumes dans le rapport 3. »
- d) « La section d'un cube d'arête 6 cm par un plan parallèle à une face est un carré de 6 cm de côté. »

Exercice 5 – Prise d'initiative — la piscine hors-sol*(4 pts)*

Une piscine hors-sol cylindrique a un diamètre de 4,6 m et une hauteur de 1,2 m. On la remplit jusqu'à 10 cm du bord avec un tuyau dont le débit est de $1,4 \text{ m}^3$ par heure. L'eau coûte 4,20 € le m^3 .

- a) Calcule le volume d'eau nécessaire, arrondi au dixième de m^3 .
- b) Combien de temps dure le remplissage ? Donne la réponse en heures et minutes.
- c) Quel est le coût de ce remplissage ?
- d) Cinq personnes entrent dans la piscine ; chacune fait monter le niveau d'un volume de 70 L. De combien de centimètres le niveau monte-t-il ? L'eau déborde-t-elle ? Toute trace de recherche sera prise en compte.

Bon courage !