

Fonctions linéaires et affines

L'essentiel sur une page

Reconnaître une fonction linéaire ou affine, lire et calculer a et b , tracer et interpréter la droite, modéliser une situation « fixe + proportionnel ».

1 Définitions

- **Linéaire** : $f(x) = ax$. Proportionnalité, $f(0) = 0$, $a = f(x) \div x$.
- **Affine** : $f(x) = ax + b$. $a =$ **coefficient directeur**, $b =$ **ordonnée à l'origine** $= f(0)$.
- Linéaire = affine avec $b = 0$; constante = affine avec $a = 0$.
- Ni l'une ni l'autre : x^2 , $3/x$, $x(x + 1)$...

2 La droite

- Représentation graphique : une **droite** ; elle passe par $(0 ; b)$; par l'origine si linéaire.
- $a > 0$: croissante (monte) ; $a < 0$: décroissante (descend) ; $a = 0$: horizontale.
- Quand x augmente de 1, $f(x)$ varie de a ; de $k \rightarrow$ varie de $a \times k$.
- Même $a \Rightarrow$ droites parallèles ; sécantes sinon.
- Tracer : deux points, $(0 ; b)$ et $(2 ; f(2))$, un troisième pour vérifier.

3 Méthode : trouver a et b

1. Deux valeurs connues $f(x_1)$ et $f(x_2)$: **$a = (f(x_2) - f(x_1)) \div (x_2 - x_1)$** , différences dans le même ordre.
2. Puis $b = f(x_1) - a \times x_1$.
3. Vérifier avec l'autre point.
4. Ex. : $f(2) = 1$, $f(6) = 11 \rightarrow a = 10 \div 4 = 2,5$, $b = 1 - 5 = -4$, $f(x) = 2,5x - 4$.
5. Fonction linéaire : une seule valeur suffit, $a = f(x) \div x$.

4 Images, antécédents, intersections

- Image : remplacer x . Antécédent : résoudre $ax + b = y$.
- Point $(x ; y)$ sur la droite $\Leftrightarrow f(x) = y$.
- Intersection avec l'axe horizontal : résoudre $f(x) = 0$.
- Deux offres coûtent pareil : résoudre $f(x) = g(x)$; la moins chère est la droite **en dessous**.

5 Modéliser

- Partie fixe (abonnement, déplacement, stock initial) $\rightarrow b$.
- Partie proportionnelle (prix unitaire, débit, vitesse) $\rightarrow a$; $a < 0$ si la quantité diminue.
- Pourcentage : $-20\% \rightarrow f(x) = 0,8x$; $+30\% \rightarrow f(x) = 1,3x$ (linéaires).
- Conclure avec unité et bon sens (entier de jours, $x \geq 0$...).

6 Pièges à éviter

- Lire a et b dans le mauvais ordre : $6 - 3x$ a pour coefficient directeur -3 .
- Croire qu'une affine avec $b \neq 0$ est une proportionnalité.
- Inverser l'ordre des différences dans le calcul de a .
- Confondre ordonnée à l'origine $(0 ; b)$ et abscisse où $f(x) = 0$.

L'ESSENTIEL

—Linéaire : $f(x) = ax$ (proportionnalité, droite par l'origine).

—Affine : $f(x) = ax + b$; $a =$ pente, $b = f(0)$.

— $a > 0$ croissante, $a < 0$ décroissante ; même $a \Rightarrow$ droites parallèles.

— $a = (f(x_2) - f(x_1)) \div (x_2 - x_1)$, puis $b = f(x_1) - a x_1$.

—Deux offres : égalité pour $f(x) = g(x)$, la moins chère est la droite la plus basse.