

Équations et inéquations

L'essentiel sur une page

Résoudre une équation du premier degré, une équation-produit et une inéquation, et traduire un problème par une équation.

1 Définitions

- **Équation** : égalité avec une inconnue x ; **résoudre** = trouver toutes les valeurs qui la rendent vraie.
- **Premier degré** : x à la puissance 1 seulement ; en général une solution, parfois aucune ($4x + 5 = 4x - 1$) ou une infinité ($3(x - 2) = 3x - 6$).
- **Tester** une valeur : calculer chaque membre séparément et comparer.

2 Méthode : équation du premier degré

1. Développer et réduire chaque membre.
2. Les x d'un côté, les nombres de l'autre (changer de côté = changer de signe).
3. Diviser par le coefficient de x ; garder une fraction irréductible si besoin.
4. Vérifier dans l'équation de départ.

Ex. : $7x - 4 = 3x + 10 \Rightarrow 4x = 14 \Rightarrow x = 3,5$. Fraction :

$$\frac{3x-2}{5} = 2 \Rightarrow 3x - 2 = 10 \Rightarrow x = 4.$$

3 Équation-produit

- **$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$.**
- $(3x - 9)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 3$ ou $x = -1$.
- Factoriser d'abord : $x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9)$; $x^2 = 7x \Rightarrow x(x - 7) = 0$ (ne jamais diviser par x).
- Ne s'applique pas à un produit égal à 3, 5...

4 Inéquations

- Mêmes règles qu'une équation, sauf : multiplier ou diviser par un **négatif** change le sens.
- $-4x \geq 12 \Rightarrow x \leq -3$; $3 - x < 8 \Rightarrow x > -5$.
- Droite graduée : crochet fermé si la borne est solution ($\leq, \geq$), ouvert sinon ($<, >$).
- Une inéquation a en général une infinité de solutions.

5 Mettre en équation

1. Choisir l'inconnue avec son unité (« soit x le nombre de séances »).
2. Traduire : le double $\rightarrow 2x$; augmenté de 5 $\rightarrow x + 5$; dans 5 ans $\rightarrow x + 5$; « au moins » $\rightarrow \geq$.
3. Écrire l'équation ou l'inéquation, résoudre.
4. Conclure par une phrase, avec le bon sens (entier, positif, arrondi dans le bon sens).

6 Pièges à éviter

- Changer de côté sans changer de signe.
- Diviser un seul membre, ou un seul terme d'un membre.
- Oublier une solution d'un produit nul ($x = 0$ dans $x^2 = 7x$).
- Oublier de retourner une inéquation divisée par un négatif.
- Répondre « 46,67 convives » au lieu de « 47 convives ».

L'ESSENTIEL

- Même opération sur les deux membres ; x d'un côté, nombres de l'autre, puis diviser.
- Tester une valeur : calculer les deux membres, comparer.

- Produit nul : un produit est nul si et seulement si un facteur est nul ; factoriser d'abord.
- Inéquation : diviser par un négatif change le sens.
- Problème : inconnue, traduction, résolution, conclusion avec unité et bon sens.