

Devoir surveillé – Thalès, triangles semblables et homothétie — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Qui a raison ?

(4 pts)

Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie par un calcul, une propriété ou un contre-exemple.

- a) « Deux triangles isocèles ayant chacun un angle de 40° sont forcément semblables. »
- b) « Si l'on multiplie par 1,2 toutes les arêtes d'un cube, son volume augmente de plus de 70 %. »
- c) « Si M est un point de la droite (AB) , N un point de la droite (AC) et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles. »
- d) « Une pizza de 30 cm de diamètre porte deux fois plus de garniture qu'une pizza de 20 cm de diamètre garnie sur la même épaisseur. »

Exercice 2 – Un papillon rectangle

(4 pts)

Les droites (AE) et (BD) se coupent en C , le point C étant situé entre A et E et entre B et D . Les droites (AB) et (DE) sont parallèles. On donne $CA = 4,5$ cm, $AB = 2,7$ cm, $CB = 3,6$ cm et $CE = 6$ cm.

- a) Démontre que le triangle ABC est rectangle en B .
- b) Démontre que les triangles ABC et EDC sont semblables et précise les sommets homologues.
- c) Calcule le coefficient d'agrandissement de ABC vers EDC , puis les longueurs DE et CD . Quelle homothétie transforme ABC en EDC ?
- d) Calcule l'aire du triangle EDC de deux façons différentes.

Exercice 3 – Enquête — la charpente

(4 pts)

Une ferme de charpente est modélisée par un triangle ABC de sommet A . Une poutre $[MN]$ relie $M \in [AB]$ à $N \in [AC]$; une autre poutre $[PQ]$ relie $P \in [AB]$ à $Q \in [AC]$. Mesures : $AB = 4$ m, $AC = 3,5$ m, $AM = 1,6$ m, $AN = 1,4$ m, $MN = 2,6$ m, $AP = 3$ m et $AQ = 2,7$ m.

- a) Démontre que la poutre $[MN]$ est parallèle à la base $[BC]$.
- b) Calcule la longueur BC de la base, puis précise l'homothétie qui transforme le triangle ABC en triangle AMN .
- c) La poutre $[PQ]$ est-elle parallèle à la base ? Justifie sans utiliser de valeur approchée.
- d) À quelle distance de A aurait-il fallu placer Q sur $[AC]$ pour que $[PQ]$ soit parallèle à la base ? Quelle serait alors la longueur de cette poutre ?

Exercice 4 – Problème — le cornet de glace*(4 pts)*

Un cornet est un cône de révolution de sommet S et de hauteur $SO = 12$ cm ; son ouverture est un disque de centre O et de rayon $OA = 3$ cm. On le remplit de glace fondue jusqu'à la hauteur $SI = 8$ cm (I sur $[SO]$) : la surface du liquide est un disque de centre I et de rayon IM , avec $M \in [SA]$. On rappelle que le volume d'un cône de rayon r et de hauteur h vaut $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

- Dans le plan de coupe qui contient l'axe (SO) , justifie que $(IM) \parallel (OA)$, puis calcule le rayon IM .
- Calcule le volume du cornet plein : valeur exacte, puis arrondi au cm^3 .
- Le cône de glace est une réduction du cornet. Donne le coefficient de réduction, puis le volume de glace : valeur exacte, puis arrondi au dixième de cm^3 .
- Tom affirme : « Rempli aux deux tiers de sa hauteur, le cornet est presque rempli aux deux tiers de son volume. » Qu'en penses-tu ?

Exercice 5 – Problème — la largeur de la rivière*(4 pts)*

Pour mesurer la largeur d'une rivière aux berges rectilignes et parallèles, Léo repère un arbre T sur la rive d'en face. Il se place au point A de sa rive tel que (AT) soit perpendiculaire à la berge. Il longe la berge sur 30 m jusqu'à un piquet O , puis continue dans la même direction sur 10 m jusqu'au point B . De B , il s'éloigne de la rivière perpendiculairement à la berge et s'arrête au point D d'où il voit le piquet O et l'arbre T alignés : $BD = 8$ m.

- Justifie que les droites (AT) et (BD) sont parallèles.
- Calcule la largeur AT de la rivière.
- Le triangle OAT est l'image du triangle OBD par une homothétie. Précise son centre et son rapport, en justifiant le signe.
- Calcule la distance OT entre le piquet et l'arbre, arrondie au décimètre.

Bon courage !