

Devoir surveillé – Thalès, triangles semblables et homothétie — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3°

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Questions flash

(4 pts)

Réponds à chaque question en la justifiant par un calcul ou par une propriété.

- Par une homothétie de rapport $-1,5$, quelle est la longueur de l'image d'un segment de 4 cm ? Quelle est la mesure de l'image d'un angle de 40° ?
- Les triangles ABC et DEF sont semblables, les sommets se correspondant dans l'ordre (A et D , B et E , C et F). On donne $AB = 4$ cm, $DE = 6$ cm et $EF = 9$ cm. Calcule BC .
- Une photo de 10 cm sur 15 cm est agrandie : sa largeur passe de 10 cm à 25 cm. Calcule sa nouvelle longueur, puis le nombre par lequel son aire est multipliée.
- Dans le triangle KLM , P est un point de $[KL]$ et Q un point de $[KM]$, avec $(PQ) \parallel (LM)$. On sait que $KP = \frac{3}{5} KL$ et $KM = 10$ cm. Calcule KQ .

Exercice 2 – Du petit au grand triangle

(4 pts)

Les points A, M, B sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points A, N, C . Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On donne $AM = 2,4$ cm, $MB = 3,6$ cm, $AN = 3,2$ cm et $MN = 4$ cm.

- Calcule AB , puis les longueurs AC et BC en citant le théorème utilisé.
- Explique pourquoi les triangles AMN et ABC sont semblables, puis donne le coefficient d'agrandissement de AMN vers ABC .
- Le triangle ABC est l'image du triangle AMN par une homothétie. Précise son centre et son rapport.
- Démontre que le triangle AMN est rectangle en A , puis calcule l'aire du triangle ABC à l'aide du coefficient trouvé.

Exercice 3 – Parallèles ou pas ?

(4 pts)

Figure 1 : les points G, E, S sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points G, F, T ; $GE = 4,2$ cm, $GS = 7$ cm, $GF = 3,6$ cm, $GT = 6$ cm et $EF = 3$ cm. **Figure 2** : les droites (UV) et (WZ) se coupent en O , le point O étant situé entre U et V et entre W et Z ; $OU = 2,5$ cm, $OV = 4$ cm, $OW = 3$ cm et $OZ = 5$ cm.

- Figure 1 : les droites (EF) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifie.
- Déduis-en que le triangle GST est un agrandissement du triangle GEF . Donne le coefficient sous forme de fraction irréductible, puis calcule ST .
- Figure 2 : les droites (UW) et (VZ) sont-elles parallèles ? Justifie.
- Figure 2 : quelle longueur OZ aurait-il fallu, les autres longueurs restant les mêmes, pour que (UW) et (VZ) soient parallèles ?

Exercice 4 – Image d'un rectangle**(4 pts)**

$EFGH$ est un rectangle de centre O tel que $EF = 4$ cm et $FG = 3$ cm. On lui applique l'homothétie de centre O et de rapport $-1,5$: on obtient le quadrilatère $E'F'G'H'$.

- Quelle est la nature du quadrilatère $E'F'G'H'$? Justifie à l'aide d'une propriété de l'homothétie.
- Calcule les dimensions de $E'F'G'H'$, puis la longueur de sa diagonale $E'G'$.
- Calcule l'aire de $E'F'G'H'$ de deux façons différentes.
- Quelle est l'image du point O ? Déduis-en le centre du quadrilatère $E'F'G'H'$.

Exercice 5 – Problème — le vidéoprojecteur**(4 pts)**

L'objectif d'un vidéoprojecteur est assimilé à un point P . Sur un écran vertical placé à 3,6 m de P , l'image est un rectangle de 1,8 m de large et 1,35 m de haut. On recule l'écran, qui reste parallèle à sa première position, jusqu'à 4,8 m de P , sans changer le réglage. Vue de dessus, on note H et H' les centres des deux images, B et B' leurs bords droits : les points P, H, H' sont alignés, ainsi que P, B, B' ; $PH = 3,6$ m, $PH' = 4,8$ m, et les droites (HB) et $(H'B')$ sont parallèles, comme les deux écrans.

- Calcule $H'B'$, puis la largeur de la nouvelle image.
- La nouvelle image est l'image de la première par une homothétie de centre P . Donne son rapport sous forme de fraction irréductible, puis calcule la hauteur de la nouvelle image.
- Calcule l'aire des deux images. Par quel nombre l'aire a-t-elle été multipliée ? Retrouve ce nombre à partir du rapport de l'homothétie.
- Le mur du fond mesure 3 m de large. À quelle distance maximale du mur peut-on placer l'objectif pour que toute la largeur de l'image tienne sur le mur ?

Bon courage !