

Devoir surveillé – Statistiques et probabilités — niveau



Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes justifiés

(3 pts)

Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse sans calculatrice.

- a) « La moyenne de 998 ; 1 003 ; 1 001 ; 997 ; 1 006 est 1 001. »
- b) « On lance deux fois un dé équilibré à six faces. La probabilité d'obtenir deux nombres différents est $\frac{2}{3}$. »
- c) « Une série de 5 nombres a pour étendue 0 et pour moyenne 10 ; sa médiane peut valoir 12. »

Exercice 2 – Calculs en cascade

(4 pts)

Sans calculatrice ; les probabilités sont données sous forme de fractions irréductibles.

- a) Calcule la moyenne pondérée des notes 12,5 (coefficient 4), 15 (coefficient 2) et 8 (coefficient 2).
- b) Dans une urne, $\frac{1}{3}$ des boules sont rouges, $\frac{1}{4}$ sont bleues et les autres sont vertes. On tire une boule au hasard : calcule la probabilité qu'elle soit verte. Si l'urne contient 48 boules, combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- c) On tire une boule, on note sa couleur, on la remet, puis on en tire une seconde. Calcule la probabilité d'obtenir deux boules vertes, puis celle d'obtenir deux boules de la même couleur.
- d) Sans chercher de valeur approchée, compare la probabilité d'obtenir deux boules vertes avec $\frac{1}{6}$.

Exercice 3 – Recherche — les séries cachées

(5 pts)

On cherche toutes les séries de 5 nombres entiers positifs ou nuls, rangés dans l'ordre croissant $a \leq b \leq c \leq d \leq e$, qui ont pour médiane 6, pour moyenne 5 et pour étendue 8.

- a) Justifie que $c = 6$, que $a + b + d + e = 19$ et que $e = a + 8$.
- b) Déduis-en que $2a + b + d = 11$, puis démontre que a ne peut valoir que 0 ou 1.
- c) Trouve toutes les séries possibles, en justifiant que tu n'en oublies aucune.
- d) On choisit au hasard l'une des séries trouvées. Quelle est la probabilité qu'une même valeur y figure au moins deux fois ?

Exercice 4 – Problème — combien de boules bleues ?*(4 pts)*

Un sac contient 4 boules rouges et n boules bleues, avec $n \geq 1$. On tire une boule, on la remet, puis on en tire une seconde. On sait que la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes vaut $\frac{4}{9}$.

- a) Vérifie que $n = 2$ convient.
- b) Démontre que, dans le cas général, la probabilité d'obtenir deux couleurs différentes vaut $\frac{8n}{(n+4)^2}$.
- c) Déduis-en que n vérifie $(n-2)(n-8) = 0$, puis trouve toutes les valeurs possibles de n .
- d) Avec $n = 8$, on réalise l'expérience 900 fois et l'on obtient 412 fois deux couleurs différentes. Ce résultat est-il cohérent avec la probabilité ?

Exercice 5 – Pour aller plus loin — au-dessus de la moyenne*(4 pts)*

On écrit chaque valeur d'une série sur un carton, on mélange les cartons et on en tire un au hasard. On s'intéresse à l'événement S : « la valeur tirée est strictement supérieure à la moyenne de la série ».

- a) Pour la série 2; 3; 4; 15, calcule la moyenne, la médiane et $P(S)$.
- b) Construis une série de 4 nombres pour laquelle $P(S) = \frac{3}{4}$.
- c) Démontre que, pour n'importe quelle série, S ne peut pas être un événement certain.
- d) On ajoute à une série de n valeurs, de moyenne m , une nouvelle valeur égale à m . Démontre que la moyenne ne change pas.

Bon courage !