

Corrigé et barème – Statistiques et probabilités — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Faux. On range d'abord la série : 3 ; 5 ; 7 ; 8 ; 12. Il y a 5 valeurs, la médiane est la 3^e valeur : 7. (0,5 pt rangement + 0,5 pt médiane) (1)
- b) Vrai. Les 32 cartes ont la même chance d'être tirées (équiprobabilité) : $P = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$. (0,5 pt équiprobabilité + 0,5 pt calcul) (1)
- c) Faux. « Il ne pleut pas » est l'événement contraire de « il pleut » : $P = 1 - 0,35 = 0,65$. (0,5 pt événement contraire + 0,5 pt calcul) (1)
- d) Vrai. Plus grande valeur 21, plus petite valeur 6 : étendue = $21 - 6 = 15$. (0,5 pt valeurs extrêmes + 0,5 pt calcul) (1)

Piège — la médiane se lit toujours sur la série rangée dans l'ordre croissant ; prendre la valeur du milieu de la liste non rangée est l'erreur la plus courante.

Exercice 2 – Le relevé des températures

(4 pts)

- a) Somme : $12 + 15 + 9 + 14 + 18 + 11 + 15 + 10 = 104$. Moyenne : $\frac{104}{8} = 13$ °C. (0,5 pt somme + 0,5 pt division) (1)
- b) Série rangée : 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 15 ; 15 ; 18. L'effectif 8 est pair : la médiane est la moyenne des 4^e et 5^e valeurs, $\frac{12 + 14}{2} = 13$ °C. (0,5 pt rangement + 0,5 pt médiane) (1)
- c) $18 - 9 = 9$ °C : sur ces 8 jours, l'écart entre le jour le plus chaud et le jour le plus frais est de 9 °C. (0,5 pt calcul + 0,5 pt phrase) (1)
- d) Jours strictement au-dessus de 13 °C : 14 ; 15 ; 15 ; 18, soit 4 jours sur 8, tous équiprobables. $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. (0,5 pt dénombrement + 0,5 pt probabilité) (1)

Méthode — avec un effectif pair, la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales ; elle peut très bien ne figurer nulle part dans la série.

Exercice 3 – La roue de loterie

(4 pts)

- a) 12 issues : les numéros de 1 à 12. Les secteurs sont identiques, donc chaque numéro a la même chance de sortir. (0,5 pt issues + 0,5 pt justification) (1)
- b) Nombres pairs : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12, soit 6 issues : $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. Nombres supérieurs ou égaux à 9 : 9 ; 10 ; 11 ; 12, soit 4 issues : $P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. (0,5 pt + 0,5 pt) (1)
- c) Contraire de B : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 8 ». $P(\overline{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$; on vérifie : 8 issues sur 12, $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. (0,5 pt phrase + 0,5 pt calcul) (1)
- d) $0,1 \times 60 = 6$ fois. La probabilité vaut $\frac{1}{12} \approx 0,083$: la fréquence observée en est proche ; sur seulement 60 essais, un petit écart est normal et ne contredit pas la probabilité. (0,5 pt effectif + 0,5 pt commentaire) (1)

Erreur fréquente — confondre fréquence et probabilité : la fréquence dépend des essais réalisés et change d'une série d'essais à l'autre, la probabilité est fixée par l'expérience elle-même.

Exercice 4 – Frères et sœurs*(4 pts)*

- a) $\frac{6}{25} = 0,24$, soit 24 %. (0,5 pt fraction + 0,5 pt pourcentage) (1)
- b) Moyenne pondérée par les effectifs : $\frac{0 \times 5 + 1 \times 9 + 2 \times 6 + 3 \times 3 + 4 \times 2}{25} = \frac{0 + 9 + 12 + 9 + 8}{25} = \frac{38}{25} = 1,52$. (0,5 pt formule + 0,5 pt résultat) (1)
- c) 25 valeurs : la médiane est la 13^e valeur de la série rangée. Effectifs cumulés : 5 pour « aucun », 14 pour « au plus 1 » ; la 13^e valeur vaut donc 1. Au moins la moitié des élèves ont au plus 1 frère ou sœur. (0,5 pt méthode + 0,5 pt résultat et phrase) (1)
- d) « Au moins 3 » signifie 3 ou 4 : $3 + 2 = 5$ élèves. Chaque élève a la même chance d'être choisi : $P = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,2$. (0,5 pt dénombrement + 0,5 pt probabilité) (1)

Astuce — les effectifs cumulés évitent d'écrire les 25 valeurs une à une : on repère la première valeur dont l'effectif cumulé atteint le rang cherché.

Exercice 5 – Problème — la pièce et le sac*(4 pts)*

- a) Premier niveau : Pile ($\frac{1}{2}$) et Face ($\frac{1}{2}$). Au bout de chaque branche : Rouge ($\frac{1}{3}$) et Noire ($\frac{2}{3}$). Issues : (P ; R), (P ; N), (F ; R), (F ; N), soit 4 issues. (0,5 pt arbre + 0,5 pt issues) (1)
- b) On multiplie les probabilités le long du chemin : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. (0,5 pt chemin + 0,5 pt calcul) (1)
- c) Deux chemins mènent à « Noire » : $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Le côté de la pièce n'influence pas le tirage. (0,5 pt chemins + 0,5 pt calcul) (1)
- d) $\frac{46}{300} \approx 0,15$ et $\frac{1}{6} \approx 0,17$. Les deux valeurs sont proches : sur un grand nombre d'essais, la fréquence se rapproche de la probabilité, sans l'égaliser exactement. (0,5 pt fréquence + 0,5 pt comparaison) (1)

Méthode — sur un arbre, on multiplie les probabilités le long d'un chemin, puis on additionne les chemins qui réalisent l'événement.