

Devoir surveillé – Fonctions, fonctions linéaires et affines, proportionnalité et vitesse — niveau ★★★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs en cascade

(4 pts)

Sans calculatrice, écris toutes les étapes. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{5}{6}$.

- a) Calcule $f\left(-\frac{2}{9}\right)$.
- b) Détermine l'antécédent de $\frac{1}{3}$ par f , sous forme de fraction irréductible.
- c) Un prix augmente de 20 %. De quel pourcentage faut-il ensuite le baisser pour revenir au prix initial ? Donne la valeur exacte, puis un arrondi au dixième.
- d) Un train roule à 324 km/h. Combien de secondes lui faut-il pour parcourir 1,35 km ?

Exercice 2 – Recherche — toutes les solutions

(4 pts)

On cherche les fonctions affines $f(x) = ax + b$ dont la droite représentative passe par le point $P(3; 20)$, les nombres a et b étant des entiers positifs ou nuls.

- a) Montre que a et b vérifient $3a + b = 20$.
- b) Trouve toutes les fonctions qui conviennent et qui sont, de plus, strictement croissantes. Justifie que tu n'en as oublié aucune.
- c) L'une de ces fonctions est-elle linéaire ? Justifie.
- d) Laquelle de ces fonctions vérifie aussi $f(-1) = 0$?

Exercice 3 – Qui a raison ?

(4 pts)

Chaque élève affirme quelque chose. Dis s'il a raison et prouve-le.

- a) Sami : « Si f est linéaire, alors $f(u + v) = f(u) + f(v)$ pour tous nombres u et v . »
- b) Inès : « Si f est affine et $f(3) = f(7)$, alors f est constante. »
- c) Lou : « Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{50\,000}$, un carré de 1 cm² représente 0,5 km². »
- d) Emma : « Une hausse de 10 % par an pendant deux ans, c'est une hausse de 20 %. »

Exercice 4 – Problème — la rencontre

(4 pts)

Les villes A et B sont distantes de 42 km. Un cycliste part de A à 8 h vers B, à 18 km/h. Un piéton part de B à 8 h 20 vers A, sur la même route, à 6 km/h. On note t le temps écoulé depuis 8 h, en heures.

- a) Exprime, en fonction de t , la distance à A du cycliste, puis celle du piéton (pour $t \geq \frac{1}{3}$).
- b) À quelle heure et à quelle distance de A se croisent-ils ?
- c) Où se trouve le piéton quand le cycliste arrive en B ?

Exercice 5 – Pour aller plus loin**(4 pts)**

f est une fonction affine : $f(x) = ax + b$.

- a) Démontre que, pour tous nombres u et v distincts, $\frac{f(u) - f(v)}{u - v} = a$.
- b) On sait que $f(2\,026) - f(2\,016) = 35$. Calcule $f(2\,046) - f(2\,026)$ sans chercher b .
- c) Démontre que $f\left(\frac{u+v}{2}\right) = \frac{f(u) + f(v)}{2}$ pour tous nombres u et v .
- d) La fonction carré $g(x) = x^2$ vérifie-t-elle cette propriété pour tous nombres u et v ? Justifie.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).