

Corrigé et barème – Fonctions, fonctions linéaires et affines, proportionnalité et vitesse — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Faux (0,5 pt). $f(x) = -2x + 7$: le coefficient directeur est $a = -2 < 0$, donc f est décroissante ; 7 est l'ordonnée à l'origine, elle ne donne pas le sens de variation (0,5 pt). (1)
- b) Faux (0,5 pt). Baisser de 20 %, c'est multiplier par $1 - 0,2 = 0,8$. Contre-exemple : 50 € baissé de 20 % donne $50 \times 0,8 = 40$ €, alors que $50 \times 0,2 = 10$ € n'est que le montant de la remise (0,5 pt). (1)
- c) Vrai (0,5 pt). $x^2 - 4 = -4$ équivaut à $x^2 = 0$, donc à $x = 0$: le seul antécédent de -4 est 0 (0,5 pt). (1)
- d) Vrai (0,5 pt). En 60 minutes on parcourt 72 km, donc en 1 minute : $\frac{72}{60} = 1,2$ km (0,5 pt). (1)

Méthode — un « faux » se prouve par un contre-exemple chiffré ; un « vrai » demande un argument valable dans tous les cas, un simple exemple ne suffit pas.

Exercice 2 – Retrouver une fonction affine

(3 pts)

- a) $a = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{-4 - 8}{4} = \frac{-12}{4} = -3$. (1 pt) (0,75)
- b) $f(-1) = -3 \times (-1) + b = 3 + b$ et $f(-1) = 8$, donc $b = 5$ et $f(x) = -3x + 5$. Contrôle : $f(3) = -9 + 5 = -4$. (1 pt) (0,75)
- c) $-3x + 5 = -13$; $-3x = -18$; $x = 6$. Contrôle : $f(6) = -18 + 5 = -13$. (0,5 pt) (0,75)
- d) $a = -3 < 0$, donc f est décroissante : elle range les images dans l'ordre inverse. Comme $-2,5 < 1,7$, on a $f(-2,5) > f(1,7)$. (0,5 pt) (0,75)

Erreur fréquente — dans le quotient qui donne a , les deux différences se prennent dans le même ordre ; soustraire un nombre négatif, comme dans $3 - (-1) = 4$, est la source d'erreur la plus courante.

Exercice 3 – Problème — le prix d'une course en taxi

(5 pts)

- a) $\frac{11,60}{4} = 2,9$ et $\frac{23}{10} = 2,3$: les quotients sont différents, le prix n'est pas proportionnel à la distance. (1 pt) (1,25)
- b) $a = \frac{23 - 11,60}{10 - 4} = \frac{11,4}{6} = 1,9$; $b = 23 - 1,9 \times 10 = 23 - 19 = 4$. Contrôle : $1,9 \times 15 + 4 = 28,5 + 4 = 32,5$ (1 pt). 4 € est la prise en charge (prix payé même pour 0 km) et 1,90 € le prix de chaque kilomètre (0,5 pt). (1,25)
- c) $1,9d + 4 = 42$; $1,9d = 38$; $d = \frac{38}{1,9} = 20$ km. (1 pt) (1,25)
- d) Nouveau prix au km : $1,9 \times 1,1 = 2,09$ € (0,5 pt). Course de 20 km : $2,09 \times 20 + 4 = 41,80 + 4 = 45,80$ € (0,5 pt). Or $42 \times 1,1 = 46,20$ € : la course n'a pas augmenté de 10 % (environ 9 % seulement), car la prise en charge n'a pas bougé (0,5 pt). (1,25)

Piège — une fonction affine non linéaire ne décrit pas une proportionnalité : 20 km coûtent 42 €, et non le double du prix de 10 km (46 €).

Exercice 4 – Rattraper quelqu'un**(4 pts)**

- a) 10 h 12 correspond à $t = 1,2$ h, car $12 \text{ min} = \frac{12}{60} \text{ h} = 0,2 \text{ h}$. Distance de Léa : $L(t) = 5t$, donc $5 \times 1,2 = 6 \text{ km}$. (0,5 pt) (1)
- b) À l'instant t , Tom roule depuis $t - 0,5$ heure : $T(t) = 15(t - 0,5) = 15t - 7,5$ (0,5 pt). T est affine, de coefficient directeur 15 et d'ordonnée à l'origine $-7,5$ (0,5 pt). (1)
- c) On résout $15t - 7,5 = 5t$: $10t = 7,5$, donc $t = 0,75 \text{ h} = 45 \text{ min}$; Tom rattrape Léa à 9 h 45 (1 pt). Distance : $5 \times 0,75 = 3,75 \text{ km}$; contrôle : $T(0,75) = 11,25 - 7,5 = 3,75 \text{ km}$ (0,5 pt). (1)
- d) Durée de marche : $\frac{12}{5} = 2,4 \text{ h} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$; avec la pause : $2 \text{ h } 24 \text{ min} + 36 \text{ min} = 3 \text{ h}$. Vitesse moyenne : $\frac{12}{3} = 4 \text{ km/h}$. (1 pt) (1)

Astuce — convertir toutes les durées en heures décimales avant de calculer ($12 \text{ min} = 0,2 \text{ h}$, $36 \text{ min} = 0,6 \text{ h}$) évite de mélanger heures et minutes dans une même formule.

Exercice 5 – Problème — la bougie**(4 pts)**

- a) La bougie perd $24 - 19 = 5 \text{ cm}$ en 2 h, soit $\frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$ par heure (0,5 pt). Après t heures : $h(t) = 24 - 2,5t = -2,5t + 24$ (0,5 pt). (1)
- b) La hauteur n'est pas proportionnelle au temps : $h(0) = 24 \neq 0$, h est affine non linéaire. La longueur brûlée, $2,5t$, est proportionnelle au temps, de coefficient 2,5. (0,5 pt) (1)
- c) On résout $-2,5t + 24 = 0$: $t = \frac{24}{2,5} = 9,6 \text{ h}$; $0,6 \times 60 = 36 \text{ min}$. La bougie est consumée au bout de 9 h 36 min. (1 pt) (1)
- d) La seconde dure $\frac{18}{1,5} = 12 \text{ h} > 9,6 \text{ h}$: c'est elle qui s'éteint en dernier (0,5 pt). On résout $24 - 2,5t = 18 - 1,5t$: $24 - 18 = 2,5t - 1,5t$, donc $t = 6 \text{ h}$; hauteurs : $24 - 15 = 9 \text{ cm}$ et $18 - 9 = 9 \text{ cm}$ (1 pt). (1)

Méthode — une grandeur qui diminue régulièrement se modélise par une fonction affine de coefficient négatif : a est la variation par heure, b la valeur de départ.