

Corrigé et barème – Fonctions, fonctions linéaires et affines, proportionnalité et vitesse — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Exercice 1 – Une fonction affine

(4 pts)

- a) $f(4) = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7$. L'image de 4 par f est 7. (1 pt) (1)
- b) $f(-2) = 3 \times (-2) - 5 = -6 - 5 = -11$. (1 pt) (1)
- c) On résout $3x - 5 = 10 : 3x = 15$, donc $x = 5$ (0,5 pt). Vérification : $f(5) = 15 - 5 = 10$.
L'antécédent de 10 par f est 5 (0,5 pt). (1)
- d) $f(x) = ax + b$ avec $a = 3$ et $b = -5 : f$ est affine, et non linéaire car $b \neq 0$ (0,5 pt). Comme $a = 3 > 0$, f est croissante (0,5 pt). (1)

Méthode — pour une image, on remplace x par le nombre donné ; pour un antécédent, on résout une équation. Recalculer l'image de la solution trouvée est une vérification de quelques secondes.

Exercice 2 – Lire un tableau de valeurs

(4 pts)

- a) Dans la colonne $x = 3$, on lit $g(3) = 9$: l'image de 3 par g est 9. (1 pt) (1)
- b) $g(-2) = 4$ et $g(2) = 4$ (0,5 pt) : le nombre 4 a (au moins) deux antécédents par g , -2 et 2 (0,5 pt).
On pouvait aussi citer $g(-1) = g(1) = 1$. (1)
- c) $\frac{g(1)}{1} = \frac{1}{1} = 1$ et $\frac{g(2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$: les quotients sont différents, le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité (0,5 pt). Une fonction linéaire donne toujours un tableau de proportionnalité, donc g n'est pas linéaire (0,5 pt). (1)
- d) $g(x) = x^2$ convient : $g(-2) = (-2)^2 = 4$ et $g(3) = 3^2 = 9$, et de même $0^2 = 0$, $(-1)^2 = 1^2 = 1$, $2^2 = 4$. (1 pt) (1)

Piège — une fonction telle que $g(0) = 0$ n'est pas forcément linéaire : il faut que tous les quotients $\frac{g(x)}{x}$ (pour $x \neq 0$) soient égaux.

Exercice 3 – Soldes et fonction linéaire

(4 pts)

- a) Remise : $60 \times \frac{15}{100} = 9$ € ; prix soldé : $60 - 9 = 51$ €. (1 pt) (1)
- b) Baisser de 15 %, c'est multiplier par $1 - 0,15 = 0,85$, donc $p(x) = 0,85x$ (0,5 pt). L'expression est de la forme $ax : p$ est une fonction linéaire de coefficient 0,85 (0,5 pt). (1)
- c) On cherche l'antécédent de 34 par $p : 0,85x = 34$, donc $x = \frac{34}{0,85} = 40$. Vérification : $40 \times 0,85 = 34$. L'article coûtait 40 €. (1 pt) (1)
- d) Oui : $p(0) = 0,85 \times 0 = 0$. Comme toute fonction linéaire, p est représentée par une droite qui passe par l'origine $O(0 ; 0)$. (1 pt) (1)

Erreur fréquente — pour retrouver le prix initial, on ne rajoute pas 15 % au prix soldé ($34 \times 1,15 = 39,10$ €, faux) : on divise par le coefficient 0,85.

Exercice 4 – Balade à vélo*(4 pts)*

- a) $32 \times 25\,000 = 800\,000 \text{ cm} = 8\,000 \text{ m} = 8 \text{ km}$. (1 pt) (1)
- b) $t = \frac{d}{v} = \frac{8}{16} = 0,5 \text{ h}$, soit 30 min. (1 pt) (1)
- c) $d(t) = 16t$ (0,5 pt). d est une fonction linéaire de coefficient 16 : la distance est proportionnelle à la durée (0,5 pt). (1)
- d) $16t = 6$ donne $t = \frac{6}{16} = 0,375 \text{ h}$; $0,375 \times 60 = 22,5 \text{ min}$, soit 22 min 30 s (0,5 pt). Chloé a parcouru 6 km au bout de 22 min 30 s (0,5 pt). (1)

Piège — 0,375 h ne fait pas 37,5 min : une heure compte 60 minutes, on multiplie donc la durée décimale par 60 pour obtenir des minutes.

Exercice 5 – Problème — deux cuves*(4 pts)*

- a) $V_A(3) = 12 \times 3 + 50 = 36 + 50 = 86 \text{ L}$ et $V_B(3) = 22 \times 3 = 66 \text{ L}$ (0,5 pt). $86 > 66$: c'est la cuve A (0,5 pt). (1)
- b) $V_B(t) = 22t$ est linéaire : le volume de la cuve B est proportionnel au temps (0,5 pt). $V_A(t) = 12t + 50$ est affine non linéaire ($b = 50 \neq 0$) : pas de proportionnalité pour la cuve A (0,5 pt). (1)
- c) On résout $22t = 176$: $t = \frac{176}{22} = 8 \text{ min}$. (1 pt) (1)
- d) On résout $12t + 50 = 22t$: $50 = 10t$, donc $t = 5 \text{ min}$ (0,5 pt). Vérification : $V_A(5) = 60 + 50 = 110$ et $V_B(5) = 110$; le volume commun est 110 L (0,5 pt). (1)

Astuce — « avoir le même volume » se traduit par l'égalité des deux expressions : on écrit l'équation, on la résout, puis on contrôle la solution dans les deux formules.