Devoir surveillé – espace et volumes — niveau ★★★

Durée : 55 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Mathématiques 3e

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Corriger une copie *(4 pts)*

Sujet : « Un cône de révolution a une génératrice de 13 cm et une base de diamètre 10 cm. On le coupe par un plan parallèle à sa base, situé à 4,8 cm de la base. Calcule le volume du cône, puis celui du petit cône situé au-dessus du plan. » Copie de Noé : « $V = \pi \times 10^2 \times 13 \div 3 \approx 1\,361{,}4$ cm³. $k = 4{,}8 \div 13 \approx 0{,}37$, donc le petit cône a pour volume $0{,}37 \times 1\,361{,}4 \approx 503{,}7$ cm³. »

a) Le calcul de V contient deux erreurs de données. Trouve-les et explique-les.

b) Calcule la hauteur du cône, puis son volume exact et arrondi au dixième.

c) Le calcul de k contient lui aussi deux erreurs. Trouve-les et donne la bonne valeur de k.

d) Repère la dernière erreur de Noé, puis calcule le volume juste du petit cône de deux façons.

Exercice 2 – Problème — Trois balles dans un tube *(4 pts)*

Trois balles identiques de rayon 3,3 cm sont rangées dans un tube cylindrique qui les contient exactement : elles touchent la paroi, le fond et le couvercle, et chacune touche sa voisine.

a) Donne les dimensions du tube, puis calcule le volume d'air qui reste dans le tube fermé, au dixième de cm³.

b) Le tube est en carton, sans compter le fond et le couvercle. Compare l'aire de carton à l'aire totale des trois balles.

c) Chaque tube est rangé dans une boîte en forme de pavé droit qui le contient exactement. Quel pourcentage du volume de la boîte les trois balles occupent-elles, au dixième ? Montre que ce pourcentage serait le même avec des balles d'un autre rayon R.

d) Lucas affirme : « Avec quatre balles de diamètre 4,95 cm dans ce même tube, on le remplit mieux, puisqu'il y a plus de balles. » Cette affirmation est-elle juste ? Justifie.

Exercice 3 – Problème — Par le pôle ou par le parallèle ? *(4 pts)*

On assimile la Terre à une sphère de centre O et de rayon 6 371 km. On considère les points $A\,(42^\circ\,\text{N}; 60^\circ\,\text{O})$ et $B\,(42^\circ\,\text{N}; 120^\circ\,\text{E})$.

a) Justifie que A et B sont sur un même parallèle, puis que le méridien de A et celui de B forment ensemble un grand cercle qui passe par les deux pôles.

b) Route 1 : on va de A à B en suivant le parallèle 42° N. Calcule sa longueur, au km près. Le sens (vers l'est ou vers l'ouest) change-t-il le résultat ?

c) Route 2 : on va de A au pôle Nord le long du méridien de A, puis du pôle Nord à B le long du méridien de B. Calcule sa longueur, au km près. Quelle route est la plus courte, et de combien de km ?

d) Yanis affirme : « Près de l'équateur, c'est différent : pour deux points du parallèle 10° N dont les longitudes diffèrent de 180°, la route du parallèle est la plus courte, car ce parallèle est presque l'équateur. » Cette affirmation est-elle juste ? Justifie par un calcul.

Exercice 4 – Problème — Le seau *(4 pts)*

Un seau a la forme d'un tronc de cône : son fond est un disque de diamètre 20 cm, son ouverture un disque de diamètre 30 cm, et sa hauteur est de 24 cm. On imagine le cône complet, de sommet S situé sous le fond, dont la base est l'ouverture du seau.

a) Montre que le petit cône de sommet S qui a pour base le fond du seau est une réduction du grand cône de rapport $\frac{2}{3}$. Déduis-en la hauteur H du grand cône.

b) Calcule la contenance du seau, exacte puis en litres au dixième.

c) On remplit le seau d'eau jusqu'à mi-hauteur, soit 12 cm au-dessus du fond. Calcule le rayon de la surface de l'eau.

d) Inès affirme : « Rempli à mi-hauteur, le seau contient la moitié de sa contenance. » Cette affirmation est-elle juste ? Justifie par un calcul.

Exercice 5 – Couper une boule ou un cube *(4 pts)*

Pour les affirmations, dis si elles sont justes ou fausses et justifie par un calcul ou un contre-exemple.

a) Emma : « Un plan parallèle à une arête d'un cube le coupe toujours selon un carré. »

b) Hugo : « Une boule de rayon 10 cm coupée par un plan à 5 cm de son centre donne un disque dont l'aire est la moitié de celle du disque obtenu en coupant par le centre, puisque 5 est la moitié de 10. »

c) Malo veut qu'une boule en bois de rayon 12,5 cm tienne posée sur une table : il la coupe par un plan pour obtenir une face plane, un disque de diamètre 7 cm. À quelle distance du centre doit-il couper ? Quelle est alors la hauteur de l'objet posé sur cette face ?

d) Clara : « Pour obtenir un cercle de 2,5 m de long en coupant une sphère de rayon 41 cm par un plan, il faut couper à moins de 10 cm de son centre. »

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).