

Corrigé et barème – Calcul littéral, identités remarquables, équations et inéquations — niveau ★★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

(4 pts)

- a) Faux. $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$: il manque le double produit. Contre-exemple : pour $x = 1$, $(2 + 3)^2 = 25$ alors que $4 + 9 = 13$. (1 pt : 0,5 pt pour la réponse, 0,5 pt pour la justification) (1)
- b) Vrai. $(-2)^2 + 3 \times (-2) + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$. (1 pt) (1)
- c) Faux. $x - 4 = 0$ donne bien $x = 4$, mais $3x + 2 = 0$ donne $x = -\frac{2}{3}$. Pour $x = -2$: $(-6) \times (-4) = 24 \neq 0$. (1 pt) (1)
- d) Vrai. Si $x > 3$, en multipliant par -2 (négatif) l'ordre change : $-2x < -6$; en ajoutant 1 aux deux membres : $-2x + 1 < -5$. (1 pt) (1)

Méthode — un seul contre-exemple suffit pour prouver qu'une affirmation « pour tout x » est fausse ; pour prouver qu'elle est vraie, aucun exemple ne suffit, il faut un calcul littéral.

Exercice 2 – Développer, factoriser, choisir

(4 pts)

- a) $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$ et $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$. Donc $K = 9x^2 - 12x + 4 - x^2 - 8x - 16 = 8x^2 - 20x - 12$. (1 pt : 0,5 pt pour les deux identités, 0,5 pt pour la parenthèse précédée d'un signe $-$) (1)
- b) $K = a^2 - b^2$ avec $a = 3x - 2$ et $b = x + 4$: $K = [(3x - 2) - (x + 4)][(3x - 2) + (x + 4)] = (2x - 6)(4x + 2)$, que l'on peut écrire $K = 4(x - 3)(2x + 1)$. Contrôle : $(2x - 6)(4x + 2) = 8x^2 + 4x - 24x - 12 = 8x^2 - 20x - 12$. (1 pt) (1)
- c) $(2x - 6)(4x + 2) = 0$: $2x - 6 = 0$ ou $4x + 2 = 0$, soit $x = 3$ ou $x = -\frac{1}{2}$. (1 pt) (1)
- d) Pour $x = 0$, la forme développée donne directement $K = -12$. Pour $x = \frac{1}{2}$, la forme factorisée : $K = (1 - 6)(2 + 2) = -5 \times 4 = -20$. (1 pt : 0,5 pt par valeur) (1)

Astuce — la forme développée donne immédiatement la valeur en 0, la forme factorisée donne les solutions de $K = 0$: choisir la bonne forme fait gagner du temps et évite des erreurs.

Exercice 3 – Équations variées

(4 pts)

- a) On multiplie les deux membres par 6 : $2(2x - 1) = 3(x + 4)$; $4x - 2 = 3x + 12$; $x = 14$.
Vérification : $\frac{27}{3} = 9$ et $\frac{18}{2} = 9$. (1 pt) (1)
- b) $x^2 - x + 5x - 5 = x^2 + 7$; $4x - 5 = 7$; $4x = 12$; $x = 3$. Vérification : $8 \times 2 = 16$ et $9 + 7 = 16$. (1 pt) (1)
- c) $(2x)^2 - 5^2 = (2x - 5)(2x + 5) = 0$: $x = \frac{5}{2}$ ou $x = -\frac{5}{2}$. (1 pt) (1)
- d) On ramène tout dans le premier membre : $x(x - 7) - 3(x - 7) = 0$, puis on factorise par $(x - 7)$: $(x - 7)(x - 3) = 0$. Solutions : 7 et 3. (1 pt : 0,5 pt pour la factorisation, 0,5 pt pour les deux solutions) (1)

Piège — simplifier $x(x - 7) = 3(x - 7)$ par $(x - 7)$ fait perdre la solution 7 : on ne divise jamais par une expression qui peut être nulle.

Exercice 4 – Problème — la salle de sport*(4 pts)*

- a) Formule A : $12x$ euros. Formule B : $84 + 5x$ euros. (1 pt) (1)
- b) $12x = 84 + 5x$; $7x = 84$; $x = 12$. Pour 12 séances, les deux formules coûtent 144 €. (1 pt) (1)
- c) $84 + 5x < 12x$; $84 < 7x$; $x > 12$. Le nombre de séances étant entier, la formule B est moins chère à partir de 13 séances. (1 pt : 0,5 pt pour l'inéquation, 0,5 pt pour la conclusion en nombre entier) (1)
- d) Formule A : $12x \leq 200$ donne $x \leq 16,6\dots$, soit 16 séances au plus. Formule B : $84 + 5x \leq 200$; $5x \leq 116$; $x \leq 23,2$, soit 23 séances au plus ($84 + 115 = 199$ €). Léo choisit la formule B : 23 séances. (1 pt) (1)

Erreur fréquente — en contexte, x est un entier : il faut arrondir dans le bon sens, ici 23 séances et non 24, qui ferait dépasser le budget.

Exercice 5 – Deux programmes de calcul*(4 pts)*

- a) A : $4 + 5 = 9$; $9^2 = 81$; $81 - 4^2 = 81 - 16 = 65$. B : $4 \times 10 + 25 = 65$. (1 pt) (1)
- b) Avec le nombre x , A donne $(x + 5)^2 - x^2 = x^2 + 10x + 25 - x^2 = 10x + 25$, qui est exactement le résultat de B. (1 pt : 0,5 pt pour l'expression, 0,5 pt pour le développement) (1)
- c) $10x + 25 = 100$; $10x = 75$; $x = 7,5$. (1 pt) (1)
- d) $10x + 25 < 0$; $10x < -25$; $x < -2,5$. (1 pt) (1)

Astuce — l'identité $(x + a)^2 - x^2 = 2ax + a^2$ explique pourquoi les carrés disparaissent : le résultat est du premier degré, donc les équations et inéquations associées se résolvent simplement.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).