

Corrigé et barème – Calcul littéral, identités remarquables, équations et inéquations — niveau ★

Durée : 55 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3^e

Exercice 1 – Développer et réduire

(4 pts)

- a) $A = 6x - 15 + 4x = 10x - 15$. (0,5 pt) (0,8)
- b) Double distributivité : $B = x \times x - 3x + 4x - 12 = x^2 + x - 12$. (1 pt : 0,5 pt pour les quatre produits, 0,5 pt pour la réduction) (0,8)
- c) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 6$: $C = x^2 + 2 \times x \times 6 + 36 = x^2 + 12x + 36$. (0,5 pt) (0,8)
- d) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 1$: $D = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$. (1 pt : 0,5 pt pour $(2x)^2 = 4x^2$, 0,5 pt pour le double produit) (0,8)
- e) Forme de départ : $(2 \times (-2) - 1)^2 = (-5)^2 = 25$. Forme développée : $4 \times (-2)^2 - 4 \times (-2) + 1 = 16 + 8 + 1 = 25$. Les deux résultats concordent, ce qui confirme le développement. (1 pt : 0,5 pt par calcul) (0,8)

Erreur fréquente — $(2x - 1)^2$ n'est ni $2x^2 - 1$ ni $4x^2 + 1$: on écrit l'identité en entier, sans oublier le double produit, et le carré porte sur tout le terme $2x$.

Exercice 2 – Factoriser pour résoudre

(4 pts)

- a) $5x^2 = 5x \times x$ et $15x = 5x \times 3$: le facteur commun est $5x$, donc $E = 5x(x + 3)$. (1 pt) (1)
- b) $5x(x + 3) = 0$. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $5x = 0$ ou $x + 3 = 0$, soit $x = 0$ ou $x = -3$. Les solutions sont 0 et -3 . (1 pt : 0,5 pt pour la règle du produit nul, 0,5 pt pour les deux solutions) (1)
- c) $F = x^2 - 6^2$; avec l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$: $F = (x - 6)(x + 6)$. (1 pt) (1)
- d) $(x - 6)(x + 6) = 0$: $x - 6 = 0$ ou $x + 6 = 0$, soit $x = 6$ ou $x = -6$. Vérification : $6^2 - 36 = 0$ et $(-6)^2 - 36 = 0$. (1 pt) (1)

Méthode — pour résoudre une équation où figure x^2 , on ramène tout dans un membre, on factorise, puis on applique la règle du produit nul ; diviser par x ferait perdre la solution 0.

Exercice 3 – Équations du premier degré

(4 pts)

- a) $7x - 2x = 11 + 4$, donc $5x = 15$ et $x = 3$. Vérification : $7 \times 3 - 4 = 17$ et $2 \times 3 + 11 = 17$. (1 pt) (1)
- b) $3x + 6 = x - 8$; $3x - x = -8 - 6$; $2x = -14$; $x = -7$. Vérification : $3 \times (-5) = -15$ et $-7 - 8 = -15$. (1 pt) (1)
- c) $\frac{x}{4} = 2 + 1 = 3$, donc $x = 3 \times 4 = 12$. Vérification : $\frac{12}{4} - 1 = 3 - 1 = 2$. (1 pt) (1)
- d) On développe : $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 20$. Les x^2 s'éliminent : $4x = 16$, donc $x = 4$. Vérification : $(4 + 2)^2 = 36$ et $16 + 20 = 36$. (1 pt : 0,5 pt pour le développement, 0,5 pt pour la résolution) (1)

Astuce — une solution se contrôle en quelques secondes en remplaçant x dans chacun des deux membres : si les deux valeurs diffèrent, l'erreur est dans le calcul.

Exercice 4 – Inéquations*(4 pts)*

- a) $4x - x \leq 5 + 7$; $3x \leq 12$; on divise par 3, nombre positif, le sens est conservé : $x \leq 4$. Sur la droite graduée, on colorie la partie située à gauche de 4, avec un crochet tourné vers les solutions car 4 est solution. (1 pt : 0,5 pt pour la résolution, 0,5 pt pour la représentation) (1)
- b) $-2x > 11 - 3$; $-2x > 8$; on divise par -2 , nombre négatif, donc on change le sens : $x < -4$. (1 pt) (1)
- c) $2x - 2 - x + 6 = x + 4$ (le signe $-$ devant la parenthèse change les deux signes). Puis $x + 4 \geq 0$, soit $x \geq -4$. (1 pt : 0,5 pt pour la réduction, 0,5 pt pour la résolution) (1)
- d) Il faut $x \leq 4$ et $x \geq -4$: ce sont les entiers $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ et 4 , soit 9 entiers. (1 pt) (1)

Piège — multiplier ou diviser les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif en inverse le sens ; ajouter ou soustraire un nombre ne le change jamais.

Exercice 5 – Problème — le potager*(4 pts)*

- a) Le nouveau côté mesure $x + 4$ m ; l'aire vaut $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$ m². (1 pt) (1)
- b) Augmentation : $(x^2 + 8x + 16) - x^2 = 8x + 16$ m². (1 pt) (1)
- c) $8x + 16 = 56$; $8x = 40$; $x = 5$. Le potager mesurait 5 m de côté. Vérification : $9^2 - 5^2 = 81 - 25 = 56$. (1 pt : 0,5 pt pour l'équation, 0,5 pt pour la résolution et la phrase) (1)
- d) $8x + 16 > 80$; $8x > 64$; $x > 8$. L'augmentation dépasse 80 m² lorsque le côté de départ est strictement supérieur à 8 m. (1 pt) (1)

Méthode — mettre un problème en équation, c'est choisir l'inconnue, traduire l'énoncé, résoudre, puis revenir au contexte par une phrase avec l'unité.