

Calcul littéral & identités remarquables

Développer, réduire et factoriser une expression, connaître les trois identités remarquables et les utiliser pour prouver, calculer vite ou résoudre.

1 Vocabulaire

- **Somme** : des termes séparés par + ou - ; **produit** : des facteurs séparés par $\times$.
- La dernière opération donne la nature : $2(x + 1)$ est un produit, $2x + 1$ une somme.
- Conventions : $3 \times x = 3x$; $x \times x = x^2$; $2x^2 = 2 \times x \times x \neq (2x)^2 = 4x^2$.
- **Termes semblables** : même partie littérale (x^2 avec x^2 , x avec x).

2 Développer et réduire

- $k(a + b) = ka + kb$; $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.
- Signe moins devant une parenthèse : tous les signes changent : $-(5 - 2x) = -5 + 2x$.
- Réduire : additionner les coefficients des termes semblables, écrire dans l'ordre x^2 , x , nombre.
- Ex. : $(2x - 3)(x + 5) = 2x^2 + 10x - 3x - 15 = 2x^2 + 7x - 15$.

3 Les trois identités remarquables

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- Ex. : $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$; $(7x - 2)(7x + 2) = 49x^2 - 4$.
- Calcul mental : $199^2 = (200 - 1)^2 = 39\,601$; $63 \times 57 = 60^2 - 3^2 = 3\,591$.

4 Factoriser

1. Chercher un **facteur commun** : $15x^2 - 10x = 5x(3x - 2)$; $(x + 3)(2x - 1) + (x + 3)(x + 4) = (x + 3)(3x + 3)$.
2. Sinon, **différence de deux carrés** : $x^2 - 121 = (x + 11)(x - 11)$.
3. Sinon, **carré parfait** : $x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$ (vérifier le double produit).
4. Contrôler en redéveloppant mentalement.

5 À quoi ça sert

- **Prouver** qu'un programme de calcul donne toujours le même résultat : développer et réduire.
- **Résoudre** une équation « ... = 0 » : factoriser, puis produit nul $\Rightarrow$ un facteur est nul.
- **Substituer** : remplacer x par sa valeur entre parenthèses, respecter les priorités.
- Un exemple ne prouve pas une égalité ; un contre-exemple la réfute.

6 Pièges à éviter

- $(x + 3)^2 \neq x^2 + 9$: ne pas oublier $2ab$.
- $x^2 + 9$ ne se factorise pas (somme de carrés).
- $3x + 2 \neq 5x$; $3x \times 2x = 6x^2$ (pas $6x$).
- Oublier de changer tous les signes après un « - ».
- $x^2 = 25$ a deux solutions : 5 et -5.

L'ESSENTIEL

—Développer : produit $\rightarrow$ somme ; factoriser : somme $\rightarrow$ produit.

— $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

—Réduire = regrouper les termes semblables ; le moins devant une parenthèse change tous les signes.

—Pour factoriser : facteur commun, puis $a^2 - b^2$, puis carré parfait.

—Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.