

Corrigé et barème – Calcul littéral & identités remarquables

Développer, réduire et factoriser des expressions avec les trois identités remarquables — programme de 3e

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 3e

Exercice 1 – Développer et réduire

(4 pts)

- a) $A = 10x - 15 - (x^2 - 2x + 4x - 8) = 10x - 15 - x^2 - 2x + 8 = -x^2 + 8x - 7$. (1)
- b) $B = 9x^2 - 6x + 1 + x^2 - 4 = 10x^2 - 6x - 3$. (1)
- c) $C = 4x^2 + 20x + 25 - (4x^2 - 20x + 25) = 40x$: le résultat est proportionnel à x , sans terme en x^2 . (1)
- d) Forme de départ : $5 \times (-5) - 3 \times (-3) = -25 + 9 = -16$; forme réduite : $-1 - 8 - 7 = -16$: cohérent. (1)

Erreur fréquente — le signe moins devant un produit développé s'applique à tous les termes : on met le développement entre parenthèses avant de changer les signes.

Exercice 2 – Lecture d'un tableau : programme de calcul

(4 pts)

- a) $(2 + 3)^2 - (2 - 3)^2 = 25 - 1 = 24$. (1)
- b) $3,25^2 - (-2,75)^2 = 10,5625 - 7,5625 = 3$. (1)
- c) Le résultat semble toujours égal à 12 fois le nombre choisi ($24 = 12 \times 2$, $60 = 12 \times 5$, $-18 = 12 \times (-1,5)$). (1)
- d) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = 12x$: le résultat vaut toujours $12x$. (1)

Méthode — un tableau de valeurs permet de conjecturer, jamais de démontrer : la preuve passe par le calcul littéral avec la lettre x .

Exercice 3 – Factoriser et résoudre

(4 pts)

- a) $18x^2 - 27x = 9x(2x - 3)$. (1)
- b) $49 - x^2 = (7 - x)(7 + x)$; $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$. (1)
- c) $D = (x - 5)(3x + 2 - x + 7) = (x - 5)(2x + 9)$. (1)
- d) Un produit est nul si l'un des facteurs est nul : $x - 5 = 0$ ou $2x + 9 = 0$, donc $x = 5$ ou $x = -4,5$. (1)

Le point clé — pour résoudre une équation dont un membre est nul, on factorise puis on applique la règle du produit nul ; développer ici ne mènerait nulle part.

Exercice 4 – Vrai ou faux, avec justification

(4 pts)

- a) Faux : $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$; pour $x = 1$, $16 \neq 10$. (1)
- b) Vrai : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (b - a)^2$ (les deux développements sont identiques). (1)
- c) Vrai : en développant $x(x - 2)$ on retrouve $x^2 - 2x$; c'est une factorisation par le facteur commun x . (1)
- d) Faux : $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5) = 0$ donne $x = 5$ ou $x = -5$; le contre-exemple $x = -5$ suffit. (1)

Attention — une égalité littérale est vraie si elle l'est pour toutes les valeurs ; un seul contre-exemple la rend fausse, mais un exemple qui marche ne la rend pas vraie.

Exercice 5 – Prise d’initiative — le nombre mystère*(4 pts)*

- a) $11 \times 13 + 1 = 144 = 12^2$; $(-4) \times (-2) + 1 = 9 = 3^2$. (1)
- b) $n(n + 2) + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$: c’est le carré de l’entier $n + 1$. (1)
- c) $(n + 1)^2 = 2\,025 = 45^2$, donc $n + 1 = 45$ et $n = 44$ (ou $n + 1 = -45$, $n = -46$). (1)
- d) Non : 2 026 n’est pas un carré parfait ($45^2 = 2\,025$ et $46^2 = 2\,116$), or le résultat est toujours un carré parfait. (1)

Astuce — traduire un programme de calcul en expression littérale puis reconnaître une identité remarquable transforme une observation sur des exemples en une preuve valable pour tous les nombres.