

Calcul littéral & identités remarquables

Barème : 1 point par question, soit 4 points par exercice**Unités** : réponse sans unité = 0,5 point retiré

1 Développer et réduire

/ 4 pts

- a. $A = 10x - 15 - (x^2 - 2x + 4x - 8) = 10x - 15 - x^2 - 2x + 8 = -x^2 + 8x - 7$.
- b. $B = 9x^2 - 6x + 1 + x^2 - 4 = 10x^2 - 6x - 3$.
- c. $C = 4x^2 + 20x + 25 - (4x^2 - 20x + 25) = 40x$: le résultat est proportionnel à x , sans terme en x^2 .
- d. Forme de départ : $5 \times (-5) - 3 \times (-3) = -25 + 9 = -16$; forme réduite : $-1 - 8 - 7 = -16$: cohérent.

Erreur fréquente — le signe moins devant un produit développé s'applique à tous les termes : on met le développement entre parenthèses avant de changer les signes.

2 Lecture d'un tableau : programme de calcul

/ 4 pts

- a. $(2 + 3)^2 - (2 - 3)^2 = 25 - 1 = 24$.
- b. $3,25^2 - (-2,75)^2 = 10,5625 - 7,5625 = 3$.
- c. Le résultat semble toujours égal à 12 fois le nombre choisi ($24 = 12 \times 2$, $60 = 12 \times 5$, $-18 = 12 \times (-1,5)$).
- d. $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = 12x$: le résultat vaut toujours $12x$.

Méthode — un tableau de valeurs permet de conjecturer, jamais de démontrer : la preuve passe par le calcul littéral avec la lettre x .

3 Factoriser et résoudre

/ 4 pts

- a. $18x^2 - 27x = 9x(2x - 3)$.
- b. $49 - x^2 = (7 - x)(7 + x)$; $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$.
- c. $D = (x - 5)(3x + 2 - x + 7) = (x - 5)(2x + 9)$.
- d. Un produit est nul si l'un des facteurs est nul : $x - 5 = 0$ ou $2x + 9 = 0$, donc $x = 5$ ou $x = -4,5$.

Le point clé — pour résoudre une équation dont un membre est nul, on factorise puis on applique la règle du produit nul ; développer ici ne mènerait nulle part.

4 Vrai ou faux, avec justification

/ 4 pts

- a. Faux : $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$; pour $x = 1$, $16 \neq 10$.
- b. Vrai : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (b - a)^2$ (les deux développements sont identiques).
- c. Vrai : en développant $x(x - 2)$ on retrouve $x^2 - 2x$; c'est une factorisation par le facteur commun x .
- d. Faux : $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5) = 0$ donne $x = 5$ ou $x = -5$; le contre-exemple $x = -5$ suffit.

Attention — une égalité littérale est vraie si elle l'est pour toutes les valeurs ; un seul contre-exemple la rend fausse, mais un exemple qui marche ne la rend pas vraie.

5 Prise d'initiative — le nombre mystère

/ 4 pts

- a. $11 \times 13 + 1 = 144 = 12^2$; $(-4) \times (-2) + 1 = 9 = 3^2$.
- b. $n(n + 2) + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$: c'est le carré de l'entier $n + 1$.
- c. $(n + 1)^2 = 2\ 025 = 45^2$, donc $n + 1 = 45$ et $n = 44$ (ou $n + 1 = -45$, $n = -46$).
- d. Non : $2\ 026$ n'est pas un carré parfait ($45^2 = 2\ 025$ et $46^2 = 2\ 116$), or le résultat est toujours un carré parfait.

Astuce — traduire un programme de calcul en expression littérale puis reconnaître une identité remarquable transforme une observation sur des exemples en une preuve valable pour tous les nombres.