Calcul littéral : factoriser

Fiche méthode

(Mathématiques 3e · Nombres et calculs · Calcul littéral)

La démarche pour factoriser une expression

1. Je cherche un facteur commun à tous les termes : un nombre, une lettre, une parenthèse. Je pense aux facteurs cachés : $A^2 = A \times A$ et $A = A \times 1$.

2. Sinon, je cherche une différence de deux carrés $a^2 - b^2$, et j'écris $(a+b)(a-b)$.

3. Je réduis chaque facteur, je regarde s'il reste un facteur commun, puis **je vérifie en développant**.

Le réflexe — factoriser, c'est obtenir un produit : le facteur commun d'abord, puis $a^2 - b^2$; le développement de contrôle doit redonner l'expression de départ.

Cas 1 · Factoriser par un facteur commun (rappels de 4e)

Réflexe — je cherche le plus grand nombre qui divise tous les coefficients, puis la lettre présente dans tous les termes ; je vérifie en développant.

Exemple. Factoriser au maximum $21x^2 + 28x$.

$21 = 7 \times 3$ et $28 = 7 \times 4$, et x est dans les deux termes : le plus grand facteur commun est $7x$.

$21x^2 + 28x = 7x \times 3x + 7x \times 4 = 7x(3x + 4)$.

Attention — le 1 ne disparaît pas : $13x - 13 = 13(x - 1)$.

Cas 2 · Factoriser par une parenthèse commune

Réflexe — j'écris la parenthèse commune devant, le reste de chaque terme entre crochets, puis je réduis.

Exemple. Factoriser $(2x+5)(x-1) - (2x+5)(4x-3)$.

$= (2x+5)[(x-1) - (4x-3)]$

$= (2x+5)(x - 1 - 4x + 3) = (2x+5)(-3x+2)$.

Attention — devant le signe $-$, le reste $(4x-3)$ devient $-4x+3$: tous ses signes changent.

Cas 3 · Factoriser une différence de deux carrés

Réflexe — j'écris chaque terme comme un carré, a^2 et b^2, puis $(a+b)(a-b)$.

Exemple. Factoriser $25x^2 - 4$ et $(x-1)^2 - 16$.

$25x^2 - 4 = (5x)^2 - 2^2 = (5x+2)(5x-2)$.

$(x-1)^2 - 16 = (x-1)^2 - 4^2 = (x - 1 + 4)(x - 1 - 4) = (x+3)(x-5)$.

Attention — je garde $x - 1$ en bloc dans les deux parenthèses ; et une somme comme $x^2 + 64$ ne se factorise pas avec $a^2 - b^2$.

Cas 4 · Développer ou factoriser : choisir la forme

Réflexe — valeur pour $x = 0$: forme développée ; valeur qui annule un facteur, équation « $\ldots = 0$ » : forme factorisée ; preuve : la transformation qui fait apparaître le résultat.

Exemple. $E = (x-4)^2 - 1 = x^2 - 8x + 15 = (x-3)(x-5)$. Calculer E pour $x = 0$, puis pour $x = 5$.

Pour $x = 0$, avec la forme développée : $E = 0 - 0 + 15 = 15$.

Pour $x = 5$, avec la forme factorisée : $E = 2 \times 0 = 0$.

Attention — les formes sont égales : si deux calculs donnent des résultats différents, il y a une erreur.

Les pièges

- Oublier le 1 : $8x + 8 = 8(x + 1)$, et non $8x$ ou $8(x + 0)$.
- S'arrêter avant le maximum : $10x^2 + 6x = x(10x + 6)$ est juste, mais au maximum c'est $2x(5x + 3)$.
- Ne pas changer les signes après un « $-$ » : $(x + 1)(x + 2) - (x + 1)(x - 4) = (x + 1)(x + 2 - x + 4) = 6(x + 1)$.
- Confondre $x^2 - 400$ et $(x - 20)^2$: la bonne factorisation est $(x + 20)(x - 20)$.
- Vouloir factoriser une somme de carrés : $x^2 + 49$ n'est pas une différence.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).