

Arithmétique : PGCD et nombres premiers

Durée : 60 min

Barème : / 20 points

Nom :

Prénom :

Calculatrice : non autorisée**Rédaction** : réponses justifiées, unités obligatoires**Consigne** : ne pas regarder le cours avant de rendre la copie

1 Diviseurs, critères et nombres premiers

/ 4 pts

- Le nombre **4 725** est-il divisible par **3** ? par **5** ? par **9** ? Justifie chaque réponse avec un critère.
- Dresse la liste de tous les diviseurs de **45** en expliquant comment ne pas en oublier.
- Le nombre **221** est-il premier ? Justifie en indiquant les tests effectués et le moment où l'on peut s'arrêter.
- Quel est le plus petit nombre entier à trois chiffres divisible à la fois par **7** et par **9** ? Justifie.

2 Lecture d'un tableau : décompositions

/ 4 pts

Le tableau donne la décomposition en facteurs premiers de quatre nombres ; deux cases sont à compléter.

Nombre	Décomposition
1 260	$2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
1 848	$2^3 \times 3 \times ? \times 11$
2 310	$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$
1 575	?

- Retrouve le facteur manquant de **1 848** et écris la décomposition complète de **1 575**.
- Calcule **PGCD(1 260 ; 1 848)** à l'aide des décompositions.
- Écris la fraction $\frac{1\,260}{1\,848}$ sous forme irréductible.
- Sans poser de division, dis si **2 310** est divisible par **15**, puis par **20**. Justifie.

3 Les kits de cuisine

/ 4 pts

Une association a récupéré **1 071** cuillères et **462** fourchettes. Elle veut constituer des kits identiques, en utilisant tous les couverts, avec le plus grand nombre de kits possible.

- Explique pourquoi le nombre de kits cherché est le PGCD de **1 071** et **462**.
- Calcule ce PGCD avec l'algorithme d'Euclide en écrivant chaque division.
- Combien de cuillères et de fourchettes contient chaque kit ?
- Un bénévole propose de faire **42** kits identiques à la place. Est-ce possible ? Justifie.

4 Vrai ou faux, avec justification

/ 4 pts

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie par un exemple, un contre-exemple ou une propriété.

- « Le PGCD de deux nombres pairs est toujours égal à **2**. »
- « Si un nombre est divisible par **3** et par **4**, alors il est divisible par **12**. »
- « Si un nombre est divisible par **4** et par **6**, alors il est divisible par **24**. »
- « Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux. »

5 Prise d'initiative — la mosaïque

/ 4 pts

Un carreleur doit recouvrir un mur rectangulaire de **2,16** m sur **1,44** m avec des carreaux carrés identiques, sans découpe. Le côté d'un carreau est un nombre entier de centimètres et, pour des raisons esthétiques, ne doit pas dépasser **30** cm. Un carreau coûte **1,35** €.

- a. Quelle est la plus grande taille de carreau possible si l'on ignore la contrainte des **30** cm ? Justifie.
- b. Dresse la liste de toutes les tailles de carreaux possibles (en cm).
- c. Quelle taille le carreleur doit-il choisir pour utiliser le moins de carreaux possible en respectant la contrainte ? Combien de carreaux faut-il ?
- d. Calcule le coût des carreaux. Toute trace de recherche sera prise en compte.