Devoir surveillé – Graphes et influence

Modéliser un réseau social : sommets, arêtes, degré, distance, diamètre, centre, rayon, petit monde (SNT de 2nde)

Durée : 60 min – Sans document – Sur 20 points · Sciences numériques et technologie (SNT) 2nde

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Les réponses doivent être rédigées et justifiées. Soigne l'orthographe et la présentation.

Exercice 1 – Vocabulaire des graphes *(4 pts)*

a) Dans un graphe qui modélise un réseau d'amis, que représentent les sommets et les arêtes ?

b) Pourquoi modélise-t-on un réseau d'abonnements par un graphe orienté ?

c) Définir la distance entre deux sommets d'un graphe.

d) Définir le centre d'un graphe connexe.

Exercice 2 – Degrés d'un réseau *(4 pts)*

a) Un réseau d'amis est formé des relations Rémi–Sara, Rémi–Théo, Sara–Théo, Théo–Ugo, Ugo–Véra, Véra–Wael, Ugo–Xavier, Xavier–Yasmine. Donner le nombre de sommets et le nombre d'arêtes du graphe.

b) Donner le degré de chaque sommet.

c) Vérifier la propriété reliant la somme des degrés au nombre d'arêtes.

d) Un élève affirme avoir dessiné un graphe de 7 sommets ayant tous le degré 3. Montrer que c'est impossible.

Exercice 3 – Distances, diamètre, centre *(4 pts)*

a) On reprend le réseau de l'exercice 2. Déterminer d(Rémi, Yasmine) en justifiant.

b) Déterminer l'excentricité de chacun des huit sommets.

c) En déduire le diamètre et le rayon du graphe.

d) Déterminer le centre du graphe. Qui faut-il prévenir en premier pour qu'une information atteigne tout le monde le plus vite ? Justifier.

Exercice 4 – Un graphe en Python *(4 pts)*

a) On définit `g = {'a': ['b', 'c'], 'b': ['a'], 'c': ['a', 'd', 'e'], 'd': ['c'], 'e': ['c']}`. Que vaut `len(g['c'])` ? Que représente ce nombre ?

b) Déterminer le nombre d'arêtes du graphe g en justifiant.

c) Qu'affiche le programme `for s in g: if len(g[s]) == 1: print(s)` (le `if` étant indenté dans la boucle) ? Que représentent les sommets affichés ?

d) Écrire les instructions Python qui ajoutent l'amitié entre 'b' et 'd'.

Exercice 5 – Petit monde *(4 pts)*

a) Résumer l'expérience de Milgram (1967) et son résultat.

b) Que signifie l'expression « le réseau est un petit monde » ?

c) Une personne a 40 amis, et chacun de ses amis a lui-même 40 amis (elle comprise). Montrer qu'au plus 1 600 personnes sont à distance 1 ou 2 d'elle.

d) Expliquer pourquoi le nombre réel de personnes à distance 1 ou 2 est en général nettement inférieur à 1 600.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).