

Corrigé et barème – Statistiques descriptives

Analyser et représenter des données : indicateurs de position, de dispersion et représentations graphiques
(programme de 2^{nde} générale)

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Indicateurs d'une série brute

(4 pts)

- Somme = 481 et $N = 10$, donc $\bar{x} = \frac{481}{10} = 48,1$ €. (1)
- $N = 10$ est pair : $Me = \frac{45+48}{2} = 46,5$ €. (1)
- $\frac{10}{4} = 2,5$, arrondi à 3 : $Q_1 = 41$ €. $\frac{30}{4} = 7,5$, arrondi à 8 : $Q_3 = 55$ €. Écart interquartile = $55 - 41 = 14$ €. (1)
- Étendue = $66 - 34 = 32$ €. Elle ne dépend que des deux valeurs extrêmes, donc une seule commande atypique la modifie entièrement. (1)

Repère — Les quartiles se lisent sur les rangs de la série ordonnée : on calcule $\frac{N}{4}$ et $\frac{3N}{4}$, puis on arrondit à l'entier supérieur.

Exercice 2 – Série donnée par effectifs

(4 pts)

- $3 + 7 + 11 + 9 + 6 + 4 = 40$. $\bar{x} = \frac{0 \times 3 + 1 \times 7 + 2 \times 11 + 3 \times 9 + 4 \times 6 + 5 \times 4}{40} = \frac{100}{40} = 2,5$ séances. (1)
- Effectifs cumulés : 3 ; 10 ; 21 ; 30 ; 36 ; 40. $N = 40$ est pair : les rangs 20 et 21 tombent tous deux dans la valeur 2, donc $Me = 2$. $\frac{40}{4} = 10$: le rang 10 donne $Q_1 = 1$; $\frac{3 \times 40}{4} = 30$: le rang 30 donne $Q_3 = 3$. (1)
- $V = \frac{3(2,5)^2 + 7(1,5)^2 + 11(0,5)^2 + 9(0,5)^2 + 6(1,5)^2 + 4(2,5)^2}{40} = \frac{18,75 + 15,75 + 2,75 + 2,25 + 13,5 + 25}{40} = \frac{78}{40} = 1,95$, donc $\sigma = \sqrt{1,95} \approx 1,40$ séance. (1)
- $[2,5 - 1,40 ; 2,5 + 1,40] = [1,10 ; 3,90]$ contient les valeurs 2 et 3, soit $11 + 9 = 20$ adhérents : $\frac{20}{40} = 50$ %. (1)

Erreur fréquente — Dans une série à effectifs, on divise par l'effectif total N , jamais par le nombre de valeurs distinctes.

Exercice 3 – Durées d'appels regroupées en classes

(4 pts)

- Effectifs cumulés : 14 ; 40 ; 61 ; 70. Fréquences cumulées : 20 % ; 57,14 % ; 87,14 % ; 100 %. (1)
- Centres 1,5 ; 4,5 ; 7,5 ; 10,5 : $\bar{x} \approx \frac{21+117+157,5+94,5}{70} = \frac{390}{70} \approx 5,57$ min. (1)
- $\frac{70}{2} = 35$: le cumul passe de 14 à 40, donc la classe médiane est $[3 ; 6[$. Interpolation : $Me \approx 3 + 3 \times \frac{35-14}{26} = 3 + \frac{63}{26} \approx 5,42$ min. (1)
- $21 + 9 = 30$ appels, soit $\frac{30}{70} \approx 42,9$ %. (1)

Le point clé — La classe médiane est la première dont l'effectif cumulé croissant atteint $\frac{N}{2}$; l'interpolation affine ensuite la valeur à l'intérieur de cette classe.

Exercice 4 – Comparer deux ateliers*(4 pts)*

- a) Les moyennes sont égales, donc on tranche sur la dispersion : $5 < 13$, l'atelier A est le plus régulier, ses tiges s'écartant moins de 74 mm. (1)
- b) Translation de +6 : $\bar{x} = 74 + 6 = 80$ mm ; les écarts à la moyenne sont inchangés, donc $\sigma = 5$ mm. (1)
- c) Transformation $y = 0,5x$: $\bar{y} = 0,5 \times 74 = 37$ et $\sigma_y = 0,5 \times 13 = 6,5$ dans la nouvelle unité. (1)
- d) L'écart type n'est pas une moyenne : il se calcule à partir des écarts de **toutes** les données à la moyenne de la série réunie. Ici les deux moyennes étant égales à 74, la variance de la réunion est la moyenne pondérée des variances, soit une valeur comprise entre 25 et 169 selon les effectifs ; son écart type est donc compris entre 5 et 13 mm, sans valoir 9 en général. (1)

Attention — Ajouter une constante ne change pas l'écart type ; multiplier par $a > 0$ le multiplie par a .
Aucun de ces effets ne s'applique à une moyenne d'écarts types.

Exercice 5 – Un devoir mal noté*(4 pts)*

- a) Par définition, $\bar{x} = \frac{S}{N}$ donc $S = N\bar{x} = 25 \times 10,8 = 270$. (1)
- b) L'élève absent ayant 0, la somme des 24 notes reste 270 : $\frac{270}{24} = 11,25$. (1)
- c) Translation de +1 : la moyenne passe à $11,25 + 1 = 12,25$; les écarts à la moyenne étant inchangés, l'écart type ne change pas. (1)
- d) La somme devient $270 + n$ et $\frac{270+n}{25} = 11,2$, donc $270 + n = 280$ et $n = 10$. (1)

À retenir — Le passage « moyenne $\leftrightarrow$ somme » par $S = N\bar{x}$ résout presque toutes les questions où une donnée est ajoutée, retirée ou corrigée.