

Devoir surveillé – Probabilités et échantillonnage

Expériences aléatoires, probabilités conditionnelles, arbres pondérés, fluctuation d'échantillonnage et loi des grands nombres (programme de 2nde, BO 2026)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Abonnés d'une médiathèque

(4 pts)

- a) Une médiathèque compte 300 abonnés : 180 adultes et 120 mineurs. Au cours de l'année, 63 adultes et 84 mineurs ont emprunté au moins un livre numérique.

	Livre numérique	Aucun livre numérique	Total
Adultes	63		180
Mineurs	84		120
Total			300

- a) Recopier et compléter le tableau.
- b) On choisit un abonné au hasard. On note N : « il a emprunté un livre numérique » et M : « il est mineur ». Calculer $P(N)$ et $P(M \cap N)$.
- c) Calculer $P_M(N)$ et interpréter par une phrase.
- d) Calculer $P_N(M)$ sous forme de fraction irréductible, puis expliquer en une phrase pourquoi cette valeur diffère de $P_M(N)$.

Exercice 2 – Réunion et intersection

(4 pts)

- a) Soient A et B deux événements tels que $P(A) = 0,55$, $P(B) = 0,25$ et $P(A \cap B) = 0,1$.
- a) Calculer $P(A \cup B)$.
- b) Calculer $P_A(B)$ sous forme de fraction irréductible.
- c) Calculer $P_B(A)$.
- d) Un élève affirme que $P(A \cup B) = 0,8$. Expliquer précisément son erreur.

Exercice 3 – Boîte de chocolats

(4 pts)

- a) Une boîte contient 5 chocolats noirs et 3 chocolats au lait, d'aspect identique. On en prend un au hasard, on le mange, puis on en prend un second. On note N_1 , N_2 (resp. L_1 , L_2) : « le premier (resp. le second) chocolat est noir (resp. au lait) ».
- a) Construire l'arbre pondéré de l'expérience en indiquant toutes les probabilités.
- b) Calculer la probabilité de manger deux chocolats noirs.
- c) Calculer la probabilité de manger un chocolat de chaque sorte.
- d) Montrer que $P(L_2) = \frac{3}{8}$.

Exercice 4 – Dépistage d'une allergie*(4 pts)*

- a) Dans une population, 5 % des personnes sont allergiques à un pollen. Un test est positif chez 97 % des personnes allergiques et chez 6 % des personnes non allergiques. On choisit une personne au hasard ; A : « elle est allergique », T : « son test est positif ».
- a) Construire l'arbre pondéré et calculer $P(A \cap T)$.
- b) Montrer que $P(T) = 0,1055$.
- c) La personne a un test positif. Calculer la probabilité qu'elle soit allergique (arrondir au centième).
- d) Le fabricant annonce un test « fiable à 97 % ». Expliquer en deux phrases pourquoi une personne testée positive n'a pourtant qu'environ une chance sur deux d'être allergique.

Exercice 5 – Contrôle de production*(4 pts)*

- a) Une machine produit des pièces dont une proportion inconnue p est non conforme. Le service qualité prélève 8 échantillons de 200 pièces et compte les pièces non conformes :

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8
Non conformes	11	14	9	16	12	13	10	15

- a) Calculer la fréquence de pièces non conformes la plus petite et la plus grande observées, puis l'étendue de ces fréquences.
- b) Calculer la fréquence de pièces non conformes sur l'ensemble des 1 600 pièces prélevées.
- c) Proposer une estimation de p en justifiant par une propriété du cours.
- d) Un contremaître affirme : « L'échantillon 4, avec 16 pièces non conformes, prouve que la machine s'est dérégulée à ce moment-là. » Expliquer pourquoi cette conclusion est hâtive.

Bon courage !