

Corrigé et barème – Inéquations

Résoudre et interpréter des inéquations du premier degré — programme de 2^{de} générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Inéquations du premier degré

(4 pts)

- $8x - 3x \leq 8 + 17$, soit $5x \leq 25$, donc $x \leq 5 : S =] - \infty ; 5]$. (1)
- $-6x + 2x > -19 - 5$, soit $-4x > -24$; division par $-4 < 0$, le sens change : $x < 6$, donc $S =] - \infty ; 6[$. (1)
- En multipliant par $6 > 0 : 2(2x - 1) \geq 3(x + 4)$, soit $4x - 2 \geq 3x + 12$, donc $x \geq 14 : S = [14 ; +\infty[$. (1)
- Il faut $x \leq 5$ et $x < 6$, donc $x \leq 5$; parmi les entiers naturels : 0, 1, 2, 3, 4 et 5, soit six valeurs. (1)

Erreur fréquente — Diviser par un coefficient négatif sans inverser le sens de l'inégalité fausse tout le reste de la résolution.

Exercice 2 – Tableaux de signes

(4 pts)

- Racine : $-3x + 21 = 0$ donne $x = 7$. Le coefficient -3 est négatif, donc l'expression est positive sur $] - \infty ; 7[$, nulle en 7, négative sur $]7 ; +\infty[$. (1)
- Racine : $5x + 2 = 0$ donne $x = -0,4$. Le coefficient 5 est positif, donc l'expression est négative sur $] - \infty ; -0,4[$, nulle en $-0,4$, positive ensuite. (1)
- On place $-0,4$ puis 7. Sur $] - \infty ; -0,4[: (+) \times (-) = (-)$. Sur $] -0,4 ; 7[: (+) \times (+) = (+)$. Sur $]7 ; +\infty[: (-) \times (+) = (-)$. P s'annule en $-0,4$ et en 7. (1)
- $P(x)$ est strictement négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines, bornes exclues : $S =] - \infty ; -0,4[\cup]7 ; +\infty[$. (1)

Le point clé — Une expression $ax + b$ prend le signe de a après sa racine : c'est cette règle qui remplit chaque ligne du tableau.

Exercice 3 – Inéquation quotient

(4 pts)

- Le dénominateur s'annule pour $x - 2 = 0$, donc la valeur interdite est $x = 2$. (1)
- Le numérateur s'annule en $-0,75$, le dénominateur en 2. Sur $] - \infty ; -0,75[: (-)/(-) = (+)$. Sur $] -0,75 ; 2[: (+)/(-) = (-)$. Sur $]2 ; +\infty[: (+)/(+) = (+)$. Double barre en 2. (1)
- Le quotient est positif ou nul sur les deux intervalles extrêmes ; $-0,75$ est inclus, 2 reste exclu : $S =] - \infty ; -0,75] \cup]2 ; +\infty[$. (1)
- $\frac{4x+3}{x-2} - 4 \leq 0$ donne $\frac{4x+3-4(x-2)}{x-2} \leq 0$, soit $\frac{11}{x-2} \leq 0$. Le numérateur 11 est strictement positif, donc il faut $x - 2 < 0 : S =] - \infty ; 2[$. (1)

Attention — Même avec une inégalité large, la valeur interdite est exclue de l'ensemble des solutions : son crochet reste ouvert.

Exercice 4 – Mise en inéquation*(4 pts)*

- a) $E(x) = 35 + 0,80x$ et $P(x) = 1,15x$, les deux prix étant exprimés en euros. (1)
- b) L'inéquation est $35 + 0,80x < 1,15x$, soit $35 < 0,35x$, donc $x > 100$: $S =]100; +\infty[$. (1)
- c) Le nombre d'affiches est entier : le plus petit entier strictement supérieur à 100 est 101. Il faut donc commander au moins 101 affiches. (1)
- d) $E(200) = 35 + 160 = 195$ € et $P(200) = 230$ € : le tarif Éco fait économiser 35 €. (1)

Repère — Une inéquation se résout dans les réels, mais la réponse doit être ramenée au contexte : ici un nombre entier d'affiches.

Exercice 5 – Comparer deux fonctions*(4 pts)*

- a) $f(3) = 9 + 3 = 12$ et $g(3) = 21 - 9 = 12$: les deux fonctions prennent la même valeur en 3. (1)
- b) $f(x) - g(x) = x^2 + x - 7x + 9 = x^2 - 6x + 9$, et $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$: les deux expressions sont égales pour tout réel x . (1)
- c) $(x - 3)^2 \geq 0$ pour tout réel x , donc $f(x) \geq g(x)$ est toujours vraie : $S = \mathbb{R}$. (1)
- d) Il faut $(x - 3)^2 > 0$, ce qui exclut la seule valeur annulant le carré : $S =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$, autrement dit tous les réels sauf 3. (1)

À retenir — Entre une inégalité large et une inégalité stricte, seul le cas d'égalité change : il faut le traiter à part.