Géométrie dans le plan repéré

Fiche méthode

(Mathématiques 2nde · Géométrie · Repérage, distances et milieux)

La démarche face à un problème de géométrie repérée

1. Je vérifie le repère : « orthonormé » est indispensable pour une distance, pas pour un milieu.

2. Je fais un schéma à main levée pour conjecturer (sans conclure dessus).

3. Je calcule : demi-sommes pour les milieux, carrés des distances pour les longueurs.

4. Je conclus par une phrase qui nomme la propriété (réciproque ou contraposée du théorème de Pythagore, diagonales de même milieu…).

Le réflexe — on compare des carrés de distances : pas de racine, pas d'arrondi, et la conclusion nomme le théorème utilisé.

Cas 1 · Lire et utiliser des coordonnées

Réflexe — abscisse d'abord ; axe des abscisses : y = 0 ; axe des ordonnées : x = 0.

Exemple. Questions types : « Donner le symétrique de N », « Le point est-il sur un axe ? ». Exemple : $N(-3\,;8)$.

Par rapport à l'axe des abscisses : $(-3\,;-8)$ (l'ordonnée change de signe).

Par rapport à l'origine O : $(3\,;-8)$ (les deux coordonnées changent de signe).

Attention — $(2\,;5)$ et $(5\,;2)$ sont deux points différents.

Cas 2 · Calculer un milieu, une extrémité

Réflexe — milieu = demi-somme ; extrémité ou symétrique : $2\times$ milieu − point connu.

Exemple. Questions types : « Calculer les coordonnées du milieu », « Retrouver B ». Exemple : $U(-7\,;4)$, $V(3\,;-6)$.

Milieu de $[UV]$: $\left(\dfrac{-7+3}{2}\,;\dfrac{4+(-6)}{2}\right)=(-2\,;-1)$.

Symétrique de U par rapport à V : $(2\times 3-(-7)\,;2\times(-6)-4)=(13\,;-16)$.

Attention — on additionne les coordonnées, on ne les soustrait pas.

Cas 3 · Calculer une distance

Réflexe — AB² = (x_B − x_A)² + (y_B − y_A)², puis AB = √(AB²) simplifiée.

Exemple. Question type : « Calculer la valeur exacte de GH ». Exemple : $G(-3\,;-2)$, $H(1\,;6)$.

$GH^2=(1-(-3))^2+(6-(-2))^2=16+64=80$.

$GH=\sqrt{80}=\sqrt{16\times 5}=4\sqrt{5}$.

Attention — repère orthonormé obligatoire ; $(-4)^2=16$.

Cas 4 · Nature d'un triangle

Réflexe — trois carrés ; le plus grand comparé à la somme des deux autres.

Exemple. Question type : « Démontrer que le triangle est rectangle ». Exemple : $E(-4\,;1)$, $F(0\,;3)$, $G(1\,;1)$.

$EF^2=16+4=20$; $FG^2=1+4=5$; $EG^2=25+0=25$.

$EF^2+FG^2=25=EG^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, EFG est rectangle en F.

Attention — pas d'égalité : contraposée du théorème de Pythagore → pas rectangle.

Cas 5 · Nature d'un quadrilatère

Réflexe — milieux des diagonales, puis côtés consécutifs, puis diagonales.

Exemple. Question type : « Démontrer que $KLMN$ est un losange ». Exemple : $K(-2\,;-1)$, $L(3\,;0)$, $M(4\,;5)$, $N(-1\,;4)$.

Milieux de $[KM]$ et de $[LN]$: $(1\,;2)$ tous les deux, donc parallélogramme.
$KL^2 = 25 + 1 = 26$ et $LM^2 = 1 + 25 = 26$: deux côtés consécutifs égaux, donc losange.

Attention — les diagonales de ABCD sont [AC] et [BD].

Cas 6 · Cercle, point équidistant

Réflexe — $\Omega M^2 = r^2$; $MA^2 = MB^2$, les x^2 s'éliminent.

Exemple. Question type : « Trouver le point de l'axe des abscisses équidistant de A et B ». Exemple : $A(0\,;5)$, $B(4\,;1)$.

$M(x\,;0)$: $MA^2 = x^2 + 25$ et $MB^2 = x^2 - 8x + 17$.
$x^2 + 25 = x^2 - 8x + 17$ donne $8x = -8$, soit $x = -1$: $M(-1\,;0)$.

Attention — ce point n'est pas le milieu de [AB].

Les pièges

- Formule de distance : seulement en repère orthonormé ; le milieu, lui, marche dans tout repère.
- Milieu = demi-somme, pas demi-différence.
- $(-3)^2 = 9$, et $\sqrt{(a^2 + b^2)} \neq a + b$.
- Angle droit au sommet opposé au plus grand côté.
- Pas d'égalité de Pythagore : contraposée, le triangle n'est pas rectangle.
- Un losange n'est pas forcément un carré.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).