

Corrigé et barème – Géométrie dans le plan repéré

Distances, milieu, alignement et figures géométriques dans un repère orthonormé — programme de 2^{nde} générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Coordonnées, vecteur et milieu

(4 pts)

- a) AB a pour coordonnées $(1 - (-6) ; -2 - 5) = (7 ; -7)$. (1)
- b) $AB = \sqrt{(49 + 49)} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2} \approx 9,90$. (1)
- c) Milieu de [AC] : $((-6 + 3)/2 ; (5 + 6)/2) = (-1,5 ; 5,5)$. (1)
- d) AC a pour coordonnées $(9 ; 1)$, donc $E(1 + 9 ; -2 + 1) = (10 ; -1)$. (1)

Repère — Les coordonnées d'un vecteur sont des différences, celles d'un milieu des moyennes : ne jamais confondre les deux opérations.

Exercice 2 – Nature d'un triangle et cercle circonscrit

(4 pts)

- a) $SR^2 = (2 - (-1))^2 + (2 - (-2))^2 = 9 + 16 = 25$; $ST^2 = (-13 + 1)^2 + (7 + 2)^2 = 144 + 81 = 225$;
 $RT^2 = (-13 - 2)^2 + (7 - 2)^2 = 225 + 25 = 250$. (1)
- b) $SR^2 + ST^2 = 25 + 225 = 250 = RT^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en S. (1)
- c) $SR = 5$ et $ST = 15$ sont les côtés de l'angle droit, donc l'aire vaut $(5 \times 15)/2 = 37,5$ unités d'aire. (1)
- d) Le centre est le milieu de l'hypoténuse [RT] : $((2 - 13)/2 ; (2 + 7)/2) = (-5,5 ; 4,5)$; le rayon vaut $RT/2 = \sqrt{250}/2 = (5\sqrt{10})/2 \approx 7,91$. (1)

Le point clé — On compare les carrés des longueurs : la réciproque de Pythagore s'applique sans aucune racine carrée ni arrondi.

Exercice 3 – Alignement avec un paramètre

(4 pts)

- a) AB a pour coordonnées $(4 - (-2) ; -1 - 3) = (6 ; -4)$. (1)
- b) AM a pour coordonnées $(m - (-2) ; 2m - 3) = (m + 2 ; 2m - 3)$. (1)
- c) $\det(AB ; AM) = 6(2m - 3) - (-4)(m + 2) = 12m - 18 + 4m + 8 = 16m - 10$; il s'annule pour $m = 10/16 = 5/8 = 0,625$. (1)
- d) AN a pour coordonnées $(12 ; -12)$ et $\det(AB ; AN) = 6 \times (-12) - (-4) \times 12 = -72 + 48 = -24$, non nul : N n'appartient pas à (AB). (1)

Erreur fréquente — Dans le déterminant, le second produit est soustrait : oublier le signe moins devant un nombre négatif fausse toute la conclusion.

Exercice 4 – Nature exacte d'un quadrilatère*(4 pts)*

- a) AB a pour coordonnées $(8 ; 2)$ et DC a pour coordonnées $(3 - (-5) ; 6 - 4) = (8 ; 2)$: les vecteurs AB et DC sont égaux, donc ABCD est un parallélogramme. (1)
- b) $AB = \sqrt{(64 + 4)} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ et $AD = \sqrt{(4 + 64)} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$: deux côtés consécutifs sont égaux, donc ABCD est un losange. (1)
- c) AC a pour coordonnées $(6 ; 10)$ donc $AC = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$; BD a pour coordonnées $(-10 ; 6)$ donc $BD = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$. Les diagonales du losange ont la même longueur : ABCD est un carré. (1)
- d) L'aire vaut $AB^2 = 68$ unités d'aire (contrôle par les diagonales : $(2\sqrt{34} \times 2\sqrt{34})/2 = 136/2 = 68$). (1)

Attention — S'arrêter à « losange » coûte des points : des diagonales de même longueur transforment le losange en carré.

Exercice 5 – Relevé de terrain*(4 pts)*

- a) PQ a pour coordonnées $(15 ; -8)$, donc $PQ = \sqrt{(225 + 64)} = \sqrt{289} = 17$ unités, soit 170 m. (1)
- b) La formule issue du théorème de Pythagore additionne les carrés des écarts : $PQ = \sqrt{(15^2 + 8^2)}$. Le stagiaire trouve $\sqrt{161} \approx 12,69$ unités, soit environ 126,9 m, ce qui fait un écart d'environ 43 m avec les 170 m attendus. (1)
- c) $S((-7 + 8)/2 ; (2 - 6)/2) = (0,5 ; -2)$. (1)
- d) PR a pour coordonnées $(11 ; 4)$ et $\det(PQ ; PR) = 15 \times 4 - (-8) \times 11 = 60 + 88 = 148$, non nul : R n'est pas aligné avec P et Q. (1)

À retenir — Une distance se calcule toujours avec une somme de carrés, puis se convertit dans l'unité de l'énoncé avant de conclure.