

## Corrigé et barème – Géométrie dans l'espace

Solides usuels, sections planes et calculs de volumes — programme de 2<sup>nde</sup> générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2<sup>nde</sup>

### Exercice 1 – Volumes et aires des solides usuels

(4 pts)

- a)  $V = 13 \times 4,5 \times 2 = 117 \text{ cm}^3$ . (1)
- b)  $V = \pi \times 3,5^2 \times 9 = 110,25\pi \approx 346,4 \text{ cm}^3$ . (1)
- c) Aire de base  $7 \times 5 = 35 \text{ cm}^2$ , d'où  $V = \frac{35 \times 9,6}{3} = 112 \text{ cm}^3$ . (1)
- d)  $\mathcal{A} = 4\pi \times 2,8^2 = 31,36\pi \approx 98,5 \text{ cm}^2$ . (1)

**Repère** — Pyramide et cône : on divise par 3 ; prisme et cylindre : on ne divise pas.

### Exercice 2 – Dans un cube d'arête 10 cm

(4 pts)

- a)  $[AE]$  et  $[CG]$  sont deux arêtes verticales : elles sont contenues dans le plan diagonal  $(ACGE)$  et n'ont aucun point commun, donc  $(AE)$  et  $(CG)$  sont parallèles. (1)
- b) Si elles étaient coplanaires, un même plan contiendrait  $A, B, C$  et  $G$  ; or  $A, B, C$  définissent le plan de la base, qui ne contient pas  $G$  : les droites sont non coplanaires. (1)
- c) Le plan contient  $A, B, G$  et donc  $H$  (car  $(AB)$  et  $(HG)$  sont parallèles) : la section est le rectangle  $ABGH$ , avec  $AB = 10 \text{ cm}$  et  $BG = 10\sqrt{2} \text{ cm}$  (diagonale de la face  $BCGF$ ). Son aire vaut  $100\sqrt{2} \approx 141,4 \text{ cm}^2$ . (1)
- d) Les quatre angles sont bien droits, mais les côtés ne sont pas égaux :  $BG = 10\sqrt{2} \approx 14,1 \text{ cm}$  alors que  $AB = 10 \text{ cm}$ . La section est un rectangle non carré ; Hugo a confondu ce qu'il voit sur le dessin en perspective avec les longueurs réelles. (1)

**Le point clé** — Sur une figure en perspective, on ne lit jamais une longueur : on la calcule avec Pythagore.

### Exercice 3 – Pyramide et section parallèle à la base

(4 pts)

- a) Aire de base  $18^2 = 324 \text{ cm}^2$ , d'où  $V = \frac{324 \times 24}{3} = 2592 \text{ cm}^3$ . (1)
- b)  $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ , donc le côté de la section vaut  $18 \times \frac{1}{3} = 6 \text{ cm}$ . (1)
- c) Les volumes sont multipliés par  $k^3 = \frac{1}{27}$  :  $V' = \frac{2592}{27} = 96 \text{ cm}^3$ . (1)
- d) Tronc :  $2592 - 96 = 2496 \text{ cm}^3$ , soit  $\frac{2496}{2592} \approx 0,963$ , c'est-à-dire environ 96,3 % du volume total. (1)

**À retenir** — Le coefficient de réduction se lit sur les hauteurs mesurées depuis le sommet, jamais depuis la base.

### Exercice 4 – Un vase cylindrique

(4 pts)

- a)  $V = \pi \times 5,2^2 \times 17 = 459,68\pi \approx 1444,1 \text{ cm}^3$ , soit environ 1,44 L. (1)
- b) L'aire de base vaut  $27,04\pi \approx 84,9 \text{ cm}^2$  ;  $1,2 \text{ L} = 1200 \text{ cm}^3$ , donc  $h = \frac{1200}{84,9} \approx 14,1 \text{ cm}$ . (1)
- c) La boule déplace son propre volume :  $\frac{4}{3}\pi \times 3,2^3 = \frac{4}{3}\pi \times 32,768 \approx 137,3 \text{ cm}^3$ . La montée vaut  $\frac{137,3}{84,9} \approx 1,6 \text{ cm}$ . (1)
- d) Le niveau final atteint environ  $14,1 + 1,6 = 15,7 \text{ cm}$ , soit moins que la hauteur du vase (17 cm) : l'eau ne déborde pas, avec une marge d'environ 1,3 cm. (1)

**Attention** — Un objet immergé fait monter l'eau d'une hauteur égale à son volume divisé par l'aire de base.

**Exercice 5 – Maquette d'un réservoir***(4 pts)*

- a) Les aires sont divisées par  $20^2 = 400 : \frac{45}{400} = 0,1125 \text{ m}^2$ , soit  $0,1125 \times 10\,000 = 1125 \text{ cm}^2$ . (1)
- b) Les volumes sont multipliés par  $20^3 = 8000 : 1,75 \times 8000 = 14\,000 \text{ L}$ , soit  $14 \text{ m}^3$ . (1)
- c) Si le solide de départ a des dimensions  $L, l, h$  et un volume  $V = L \times l \times h$ , le solide agrandi a pour volume  $(2L) \times (2l) \times (2h) = 2 \times 2 \times 2 \times L \times l \times h = 8V$  : le volume est bien multiplié par 8. Le raisonnement vaut pour tout solide, le coefficient étant  $k^3$ . (1)
- d) La peinture recouvre une surface, pas un volume : les aires sont multipliées par  $2^2 = 4$ , et non par 2. Il lui faudra donc quatre fois plus de peinture, soit  $180 \text{ m}^2$  à couvrir au lieu de  $45 \text{ m}^2$ . (1)

**Erreur fréquente** — Longueurs  $\times k$ , aires  $\times k^2$ , volumes  $\times k^3$  : identifier d'abord la nature de la grandeur.