Généralités sur les fonctions

Fiche méthode

(Maths 2nde · Fonctions · Représentation algébrique et graphique)

La démarche face à une fonction

1. Je repère comment la fonction est donnée : formule, tableau de valeurs, courbe, programme de calcul.

2. Je fixe l'ensemble de définition : valeurs interdites, racines, contraintes de la situation.

3. Je traduis la question : image (je calcule $f(a)$), antécédent (je résous $f(x) = k$), point de la courbe (je compare b et $f(a)$).

4. Je résous graphiquement (abscisses lues sur l'axe) ou par le calcul, et je conclus par une phrase ou par $S = \dots$

Le réflexe — on lit toujours les solutions d'une équation ou d'une inéquation sur l'axe des abscisses : la réponse est un ensemble de valeurs de x, avec des crochets choisis borne par borne.

Cas 1 · Image et antécédents

Réflexe — image : je remplace x ; antécédents : je résous f(x) = k et je les donne tous.

Exemple. Questions types : « Calculer l'image de… », « Déterminer les antécédents de… ». Exemple : $v(x) = x^2 - 8x + 12$, image de 5 et antécédents de 12.

$v(5) = 25 - 40 + 12 = -3$: l'image de 5 est -3.

$v(x) = 12$ équivaut à $x^2 - 8x = 0$, soit $x(x - 8) = 0$, donc $x = 0$ ou $x = 8$.

Le nombre 12 a deux antécédents : 0 et 8.

Attention — f(a) = b : a est un antécédent de b, b est l'image de a.

Cas 2 · Ensemble de définition

Réflexe — dénominateur $\neq 0$, expression sous la racine ≥ 0, puis je réunis les conditions.

Exemple. Questions types : « Déterminer l'ensemble de définition ». Exemple : $f(x) = \sqrt{6 - 2x} + \dfrac{1}{x}$.

Racine : $6 - 2x \geqslant 0$, soit $6 \geqslant 2x$, soit $x \leqslant 3$.

Quotient : $x \neq 0$.

$D_f =]-\infty\,;0[\cup]0\,;3]$.

Attention — on cherche les valeurs interdites sur l'expression de départ, jamais après simplification.

Cas 3 · Point d'une courbe

Réflexe — M(a ; b) est sur la courbe si a est dans D_f et f(a) = b.

Exemple. Questions types : « Le point A appartient-il à $\mathcal{C}_f$? », « Coordonnées du point d'abscisse… ». Exemple : $A(-1\,;4)$ et $f(x) = 2x^2 - x + 1$.

$f(-1) = 2 \times 1 + 1 + 1 = 4$: c'est l'ordonnée de A, donc $A \in \mathcal{C}_f$.

$f(0) = 1$: $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées en $(0\,;1)$.

Attention — un point lu sur un dessin ne prouve rien : on calcule f(a).

Cas 4 · f(x) = k et f(x) < k

Réflexe — je trace y = k, je lis les abscisses des intersections, puis où la courbe est au-dessus ou au-dessous.

Exemple. Questions types : « Résoudre graphiquement ». Exemple : sur $[-3\,;5]$, $\mathcal{C}_f$ coupe la droite $y=-2$ en $x=-1$ et $x=2$ seulement, et elle est au-dessous de cette droite entre -1 et 2.

$f(x)=-2 : S=\{-1\,;2\}$.
$f(x)<-2 : S=]-1\,;2[$ (inégalité stricte : bornes exclues).
$f(x)\geqslant -2 : S=[-3\,;-1]\cup[2\,;5]$.

Attention — stricte : crochets ouverts aux intersections ; large : crochets fermés.

Cas 5 · f(x) = g(x) et f(x) < g(x)

Réflexe — je lis les abscisses des points d'intersection des deux courbes, puis laquelle est au-dessus.

Exemple. Questions types : « Résoudre graphiquement, puis par le calcul ». Exemple : $f(x)=x^2$ et $g(x)=x+2$ sur $\mathbb{R}$.

$f(x)=g(x)$ équivaut à $x^2-x-2=0$, soit $(x-2)(x+1)=0 : x=2$ ou $x=-1$.
Entre -1 et 2, la parabole est au-dessous de la droite : $f(x)<g(x)$ pour $x\in]-1\,;2[$.

Attention — on compare les deux courbes entre elles, pas une courbe et l'axe.

Les pièges

- Confondre image et antécédent : « calculer f(3) » donne un nombre, « résoudre f(x) = 3 » donne un ensemble, parfois vide.
- Croire qu'un antécédent est unique : seule l'image l'est.
- Oublier une condition : un quotient ET une racine donnent deux conditions à réunir.
- Répondre k (une ordonnée) au lieu des abscisses lues sur l'axe.
- Mettre un crochet fermé en une valeur interdite ou pour une inégalité stricte.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).