

Devoir surveillé – Généralités sur les fonctions

Notion de fonction, domaine de définition, image et antécédent — programme de 2^{nde} générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Exercice 1 — Domaine, image et antécédents

(4 pts)

- a) a) On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x-7}{3x+6}$. Déterminer son ensemble de définition.
 b) b) Calculer $f(0)$ et $f(4)$; donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.
 c) c) Déterminer l'antécédent de -1 par f .
 d) d) Montrer que $\frac{1}{3}$ n'a pas d'antécédent par f .

Exercice 2 – Exercice 2 — Lecture d'un tableau de variations

(4 pts)

La fonction k est définie sur $[-5; 7]$; son tableau de variations est donné ci-dessous.

x	-5	-1	3	7
$k(x)$	$2 \searrow$	$-6 \nearrow$	$9 \searrow$	-4

- a) a) Donner le maximum et le minimum de k sur $[-5; 7]$, en précisant où ils sont atteints.
 b) b) Comparer $k(4)$ et $k(6)$ en justifiant.
 c) c) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $k(x) = 1$ sur $[-5; 7]$.
 d) d) Un élève écrit : « comme $k(-5) = 2$ et $k(7) = -4$, la fonction k est décroissante sur $[-5; 7]$ ». Expliquer son erreur.

Exercice 3 – Exercice 3 — Forme canonique et extremum

(4 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 12x + 40$.

- a) a) Montrer que, pour tout réel x , $f(x) = (x-6)^2 + 4$.
 b) b) En déduire le minimum de f sur $\mathbb{R}$ et la valeur en laquelle il est atteint.
 c) c) Dresser le tableau de variations de f sur $[0; 10]$.
 d) d) Résoudre l'équation $f(x) = 13$.

Exercice 4 – Exercice 4 — Signes et inéquations

(4 pts)

- a) a) Dresser le tableau de signes de $C(x) = (4-x)(2x+9)$ sur $\mathbb{R}$.
 b) b) Résoudre l'inéquation $C(x) > 0$.
 c) c) Donner l'ensemble de définition de $Q(x) = \frac{x+6}{5-x}$, puis dresser son tableau de signes.
 d) d) Résoudre l'inéquation $Q(x) \leq 0$.

Exercice 5 – Exercice 5 — Recette d'un club sportif*(4 pts)*

Un club fixe le prix de son abonnement mensuel à p euros, avec $0 \leq p \leq 40$. Une étude montre qu'il compte alors $400 - 10p$ adhérents.

- a) a) Montrer que la recette mensuelle du club, en euros, est $R(p) = -10p^2 + 400p$.
- b) b) Calculer $R(12)$ et $R(28)$, puis commenter.
- c) c) Montrer que, pour tout p de $[0 ; 40]$, $R(p) = -10(p - 20)^2 + 4\,000$.
- d) d) En déduire le prix de l'abonnement qui rend la recette maximale, et la valeur de cette recette.

Bon courage !