

Corrigé et barème – Fonctions racine carrée et cube

Fonction racine carrée (ensemble de définition, courbe, variations), fonction cube (courbe, variations, imparité), comparaison des fonctions de référence sur $[0 ; 1]$ et $[1 ; +\infty[$

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Racine carrée : images et équations

(4 pts)

- a) $12 \geq 0$ et $12^2 = 144$, donc $\sqrt{144} = 12$. (1)
- b) $\sqrt{x} = 1,9 \iff x = 1,9^2 = 3,61$ (car $1,9 \geq 0$). (1)
- c) Une racine carrée est positive ou nulle : $S = \emptyset$. (1)
- d) $\sqrt{x} = 5,3 \iff x = 5,3^2 = 28,09$; $S = \{28,09\}$. (1)

Erreur fréquente — Élever au carré sans regarder le signe du second membre : $\sqrt{x} = k$ n'a aucune solution si $k < 0$.

Exercice 2 – Fonction cube : calculs et imparité

(4 pts)

- a) $(-0,9)^3 = 0,81 \times (-0,9) = -0,729$. (1)
- b) $15^3 = 225 \times 15 = 3\,375$ et la solution est unique (cube strictement croissant) : $S = \{15\}$. (1)
- c) $2x^3 = 2\,662 \iff x^3 = 1\,331 = 11^3$, donc $S = \{11\}$. (1)
- d) La fonction cube est impaire : $(-3,4)^3 = -3,4^3 = -39,304$. (1)

À retenir — L'équation $x^3 = k$ a toujours exactement une solution, de même signe que k : jamais de « $\pm$ ».

Exercice 3 – Comparer sans calculatrice

(4 pts)

- a) $0 \leq 23,5 < 23,8$ et la racine carrée est croissante : $\sqrt{23,5} < \sqrt{23,8}$. (1)
- b) $-1,75 < -1,7$ et le cube est croissant sur $\mathbb{R}$: $(-1,75)^3 < (-1,7)^3$. (1)
- c) $0,83 \in]0 ; 1[$: $0,83^3 < 0,83^2 < 0,83 < \sqrt{0,83}$. (1)
- d) $2,6 > 1$: $\sqrt{2,6} < 2,6 < 2,6^2 < 2,6^3$. (1)

Repère — Le nombre 1 est la charnière : l'ordre entre $\sqrt{x}$, x , x^2 et x^3 s'inverse de part et d'autre de 1.

Exercice 4 – Inéquations et encadrements

(4 pts)

- a) $2,5^2 = 6,25$ et la racine carrée est croissante : $S = [6,25 ; +\infty[$. (1)
- b) $0,7^2 = 0,49$, avec $x \geq 0$: $S = [0 ; 0,49[$. (1)
- c) $3,5^3 = 42,875$ et le cube est croissant sur $\mathbb{R}$: $S =]-\infty ; 3,5]$. (1)
- d) Cube croissant : $(-1,3)^3 \leq x^3 \leq 1,6^3$, soit $-2,197 \leq x^3 \leq 4,096$. (1)

Le point clé — Une fonction croissante conserve l'ordre ; pour la racine carrée, l'ensemble des solutions commence toujours à 0.

Exercice 5 – Positions relatives et raisonnement*(4 pts)*

- a) $x^2(x - 1) = x^3 - x^2$ en développant. (1)
- b) $x^2 \geq 0$: la différence a le signe de $x - 1$. Sur $[0; 1]$, $y = x^3$ est sous $y = x^2$; sur $[1; +\infty[$, elle est au-dessus. (1)
- c) $x^2(x - 1) \leq 0 \iff x = 0$ ou $x \leq 1$; avec $x \geq 0$: $S = [0; 1]$. (1)
- d) Il faut élever au carré, pas prendre la racine : $\sqrt{x} \geq 3 \iff x \geq 9$, $S = [9; +\infty[$. (1)

Attention — Pour se débarrasser d'une racine carrée, on élève au carré les deux membres positifs, on ne reprend jamais la racine du second membre.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).