Fonctions de référence : carré, inverse et valeur absolue

Fiche tableaux : ce qu'il faut connaître
(Mathématiques 2nde)

Les trois fonctions de référence

	carré x^2	**inverse** $\dfrac{1}{x}$	**valeur absolue** $\lvert x\rvert$
Définie sur	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}$
Courbe	parabole de sommet O	hyperbole (deux branches)	deux demi-droites en V
Symétrie	axe des ordonnées	origine O	axe des ordonnées
Signe	$\geqslant 0$, nul en 0	signe de x, jamais nul	$\geqslant 0$, nul en 0
Sur $]-\infty\,;0]$	décroissante	décroissante (sur $]-\infty\,;0[$)	décroissante
Sur $[0\,;+\infty[$	croissante	décroissante (sur $]0\,;+\infty[$)	croissante
Minimum	0 en 0	aucun	0 en 0

Exemple : $|-0{,}03| = 0{,}03$ et $\dfrac{1}{-0{,}03} < 0$.

Équations f(x) = k

	$k > 0$	$k = 0$	$k < 0$
$x^2 = k$	$-\sqrt{k}$ et $\sqrt{k}$	0	aucune
$\lvert x\rvert = k$	$-k$ et k	0	aucune
$\dfrac{1}{x} = k$	$\dfrac{1}{k}$	aucune	$\dfrac{1}{k}$

Exemple : $|x| = 0{,}9$ a deux solutions, $-0{,}9$ et $0{,}9$.

Inéquations f(x) < k et f(x) > k (k > 0)

Inéquation	**Solutions**
$x^2 < k$	$]-\sqrt{k}\,;\sqrt{k}[$
$x^2 > k$	$]-\infty\,;-\sqrt{k}[\cup]\sqrt{k}\,;+\infty[$
$\lvert x\rvert < k$	$]-k\,;k[$
$\lvert x\rvert > k$	$]-\infty\,;-k[\cup]k\,;+\infty[$
$\dfrac{1}{x} < k$	$]-\infty\,;0[\cup\left]\dfrac{1}{k}\,;+\infty\right[$
$\dfrac{1}{x} > k$	$\left]0\,;\dfrac{1}{k}\right[$

Avec $\leqslant$ ou $\geqslant$, les bornes $\pm\sqrt{k}$, $\pm k$ ou $\dfrac{1}{k}$ sont incluses. Si $k \leqslant 0$: $x^2 < k$ et $|x| < k$ n'ont aucune solution. Exemple : $|x| > 0{,}9$ donne $]-\infty\,;-0{,}9[\cup]0{,}9\,;+\infty[$.

Ranger x, x² et 1/x (x > 0)

x	**Rangement**	**Courbes**
$0 < x < 1$	$x^2 < x < \dfrac{1}{x}$	parabole sous la droite $y = x$
$x = 1$	$x^2 = x = \dfrac{1}{x} = 1$	point commun $(1\,;1)$
$x > 1$	$\dfrac{1}{x} < x < x^2$	parabole au-dessus de la droite

Démonstration : $x^2 - x = x(x-1)$ et $x - \dfrac{1}{x} = \dfrac{(x-1)(x+1)}{x}$ ont le signe de $x - 1$ quand $x > 0$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).