Fonctions affines

Fiche méthode

(Maths 2nde · Fonctions · Fonctions affines)

La démarche face à une fonction affine

1. J'écris $f(x) = mx + p$ après avoir développé et réduit : je lis m (le nombre devant x) et p (le nombre seul).

2. Si f **n'est pas donnée**, je la retrouve : deux images, deux points d'une droite ou une situation (valeur de départ et variation par unité).

3. Je réponds avec le bon outil : signe de m pour les variations, racine $-\dfrac{p}{m}$ et signe de m pour le signe, équation $mx + p = k$ pour un antécédent.

4. Je justifie en citant la propriété (« f est affine de coefficient directeur … ») et je vérifie avec une valeur.

Le réflexe — le sens de variation et le signe se justifient toujours par le signe de m écrit noir sur blanc : « m $= -4 <$ 0, donc… ». Sans cette phrase, la réponse n'est pas démontrée.

Cas 1 · Reconnaître et lire m et p

Réflexe — je développe, je réduis, j'écris mx + p ; linéaire si p = 0, constante si m = 0.

Exemple. Questions types : « La fonction est-elle affine ? Donner m et p », « Calculer une image, un antécédent ». Exemple : $f(x) = 3(2 - x) + 4x$.

On développe : $f(x) = 6 - 3x + 4x = x + 6$.

C'est la forme $mx + p$ avec $m = 1$ et $p = 6$: f est affine, ni linéaire ni constante.

Antécédent de -4 : $x + 6 = -4 \iff x = -10$.

Attention — dans 7 − 2x, m = −2 et p = 7 : m est le nombre qui multiplie x, avec son signe.

Cas 2 · Retrouver f avec deux images

Réflexe — $m = (f(x_2) - f(x_1)) \div (x_2 - x_1)$, même ordre en haut et en bas ; puis $p = f(x_1) - m\,x_1$; je vérifie.

Exemple. Questions types : « f est affine, $f(a) = \ldots$ et $f(b) = \ldots$: déterminer $f(x)$ ». Exemple : $f(-3) = 7$ et $f(5) = 3$.

$m = \dfrac{3 - 7}{5 - (-3)} = \dfrac{-4}{8} = -0{,}5$.

$p = f(5) - (-0{,}5) \times 5 = 3 + 2{,}5 = 5{,}5$.

Donc $f(x) = -0{,}5x + 5{,}5$. Vérification : $f(-3) = 1{,}5 + 5{,}5 = 7$.

Attention — avec $x_1 - x_2$ en bas et $f(x_2) - f(x_1)$ en haut, on obtient −m.

Cas 3 · Lire une droite

Réflexe — p sur l'axe des ordonnées ; m = déplacement vertical ÷ déplacement horizontal entre deux points bien lisibles.

Exemple. Questions types : « Déterminer la fonction affine représentée », « Tracer la droite de f ». Exemple : la droite passe par $(0\,;\,1)$ et $(3\,;\,-5)$.

Elle coupe l'axe des ordonnées en $(0\,;\,1)$: $p = 1$.

De $(0\,;\,1)$ à $(3\,;\,-5)$: on avance de 3 et on descend de 6, donc $m = \dfrac{-6}{3} = -2$.

La droite représente $f(x) = -2x + 1$.

Attention — une droite qui descend a un m négatif ; p ne se lit pas sur l'axe des abscisses.

Cas 4 · Variations

Réflexe — je donne le signe de m et je cite le théorème ; pour démontrer, je calcule f(v) − f(u) = m(v − u) avec u < v.

Exemple. Questions types : « Démontrer que f est croissante », « Comparer deux images », « Dresser le tableau de variations ». Exemple : $f(x) = 1{,}2x - 7$ sur $[0\,;\,5]$.

Soient $u < v$: $f(v) - f(u) = 1{,}2(v-u)$. Or $v - u > 0$ et $1{,}2 > 0$, donc $f(v) - f(u) > 0$: f est strictement croissante.
$f(0) = -7$ et $f(5) = 6 - 7 = -1$: f croît de -7 à -1 sur $[0\,;\,5]$.

Attention — m < 0 : la fonction renverse l'ordre, mais elle peut prendre des valeurs positives.

Cas 5 · Signe et inéquation

Réflexe — racine −p/m ; signe de m à droite, signe contraire à gauche ; je lis l'inéquation dans le tableau.

Exemple. Questions types : « Dresser le tableau de signes », « Résoudre $mx + p \geqslant 0$ ». Exemple : $-5x + 8$.

$-5x + 8 = 0 \iff x = \dfrac{8}{5} = 1{,}6$.
$m = -5 < 0$: l'expression est positive avant 1,6, nulle en 1,6, négative après.
Donc $-5x + 8 \geqslant 0 \iff x \leqslant 1{,}6$: $S =]-\infty\,;\,1{,}6]$.

Attention — diviser par un négatif change le sens de l'inégalité ; « − puis + » n'est vrai que si m > 0.

Cas 6 · Modéliser

Réflexe — p = valeur de départ, m = variation pour une unité (avec l'unité) ; je donne l'intervalle où le modèle a un sens.

Exemple. Questions types : « Exprimer … en fonction de … », « Interpréter m et p », « La situation est-elle proportionnelle ? ». Exemple : un colis pèse 300 g d'emballage plus 45 g par livre.

Pour n livres : $M(n) = 45n + 300$ (en g).
$m = 45$ g par livre ; $p = 300$ g, la masse de l'emballage vide.
Comme $p \neq 0$, la masse n'est pas proportionnelle au nombre de livres.

Attention — une hausse de 5 % par an n'est pas une variation constante : ce n'est pas un modèle affine.

Les pièges

- m est le nombre qui multiplie x, même s'il est écrit en second : dans 7 − 2x, m = −2.
- Même ordre en haut et en bas dans le calcul de m, sinon on trouve −m.
- Le signe de m donne le sens de variation, pas le signe de f(x).
- p se lit sur l'axe des ordonnées ; la droite coupe l'axe des abscisses en −p/m.
- Affine n'est pas proportionnel : avec p ≠ 0, doubler x ne double pas f(x).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).