

Corrigé et barème – Fonctions affines

Fonction affine et linéaire, coefficient directeur et ordonnée à l'origine, représentation graphique, sens de variation, signe de $ax + b$, modélisation de situations à variation constante

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Reconnaître et lire une fonction affine

(4 pts)

- a) $f(x) = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}x = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} : a = -\frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}$. (1)
- b) $g(x) = x^2 - 9 - x^2 = -9 : g$ est affine, et plus précisément constante ($a = 0, b = -9$). (1)
- c) $h(x) = ax$ avec $6a = -16,2$, donc $a = -2,7 : h(x) = -2,7x$. (1)
- d) $a = -\frac{2}{3} < 0 : f$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. (1)

Erreur fréquente — On développe toujours avant de conclure : une expression avec des carrés ou une fraction peut cacher une fonction affine.

Exercice 2 – Déterminer une fonction affine

(4 pts)

- a) $a = \frac{11 - (-1)}{5 - (-3)} = \frac{12}{8} = 1,5$. (1)
- b) $f(-3) = -4,5 + b = -1$, donc $b = 3,5 : f(x) = 1,5x + 3,5$ (vérif. : $f(5) = 7,5 + 3,5 = 11$). (1)
- c) $1,5x + 3,5 = 0 \iff x = -\frac{3,5}{1,5} = -\frac{7}{3}$. (1)
- d) $f(12) = 18 + 3,5 = 21,5 : \text{où, } C \text{ appartient à la droite.}$ (1)

À retenir — On calcule a avec le même ordre en haut et en bas, puis b avec l'une des deux images, et l'on vérifie avec l'autre.

Exercice 3 – Signe de $ax + b$

(4 pts)

- a) $-9x + 12 = 0 \iff x = \frac{4}{3} ; a = -9 < 0 : \text{« + » sur }] -\infty ; \frac{4}{3} [, 0 \text{ en } \frac{4}{3}, \text{« - » sur }] \frac{4}{3} ; +\infty [$. (1)
- b) D'après a) : $S =] \frac{4}{3} ; +\infty [$. (1)
- c) $0,3x + 2,1 = 0 \iff x = -7 ; a = 0,3 > 0 : \text{« - » avant } -7, 0 \text{ en } -7, \text{« + » après.}$ (1)
- d) Le signe de a donne le sens de variation, pas le signe : pour $x = -10, -3 + 2,1 = -0,9 < 0$. (1)

Attention — Le signe de a se place à droite de la racine ; il ne donne jamais à lui seul le signe de $ax + b$ sur tout $\mathbb{R}$.

Exercice 4 – Choisir une formule d'escalade

(4 pts)

- a) $P_1(n) = 11,5n$ et $P_2(n) = 5,5n + 96$. (1)
- b) P_1 est linéaire (coût proportionnel au nombre de séances) ; $5,5$ est le coût, en €, de chaque séance supplémentaire avec la formule 2. (1)
- c) $5,5n + 96 < 11,5n \iff 96 < 6n \iff n > 16 : \text{à partir de 17 séances (à 16 séances, les deux coûtent 184 €).}$ (1)
- d) $P_1(25) = 287,5 \text{ €}$ et $P_2(25) = 137,5 + 96 = 233,5 \text{ €} : \text{économie de 54 €.}$ (1)

Repère — Comparer deux tarifs affines revient à étudier le signe de leur différence, qui est elle-même une expression affine.

Exercice 5 – Démonstration et paramètre*(4 pts)*

- a) $f(u) - f(v) = (au + b) - (av + b) = au - av = a(u - v)$. (1)
- b) f_k est strictement décroissante $\iff 3 - k < 0 \iff k > 3$. (1)
- c) $f_k(4) = 4(3 - k) + 2k = 12 - 2k = 0 \iff k = 6$. (1)
- d) $f_6(x) = -3x + 12$, nulle en 4, de coefficient $-3 < 0 : f_6(x) > 0 \iff x \in] - \infty ; 4[$. (1)

Le point clé — Une condition sur la courbe (point, sens de variation, racine) se traduit toujours par une équation ou une inéquation sur le paramètre.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).