Étude de signe et tableaux de signes

Fiche méthode

(Maths 2nde · Fonctions · Étude de signe)

La démarche pour étudier un signe ou résoudre une inéquation

1. Je repère les valeurs interdites s'il y a un quotient.

2. Je compare à 0 : tout dans un membre, puis je factorise ou je réduis au même dénominateur.

3. Je dresse le tableau : valeurs rangées, une ligne par facteur (signe de a à droite de la racine), règle des signes.

4. Je lis la réponse avec les bons crochets : zéros inclus si l'inégalité est large, valeurs interdites toujours exclues.

Le réflexe — on ne multiplie ni ne divise jamais par une expression en x : on compare à 0 et on fait un tableau.

Cas 1 · Signe de ax + b

Réflexe — racine −b/a, puis signe de a à droite, signe contraire à gauche.

Exemple. Questions types : « Étudier le signe de… ». Exemple : signe de $4 - \frac{2}{3}x$.

$4 - \frac{2}{3}x = 0 \iff x = 4 \times \frac{3}{2} = 6$.

Coefficient $-\frac{2}{3} < 0$: positif sur $]-\infty\,;6[$, négatif sur $]6\,;+\infty[$.

Contrôle : en 0, l'expression vaut $4 > 0$.

Attention — le coefficient a est le nombre devant x, même s'il est écrit en second.

Cas 2 · Produit

Réflexe — une ligne par facteur, valeurs rangées, je compte les « − ».

Exemple. Questions types : « Dresser le tableau de signes de… ». Exemple : $(x+6)(5-2x)$.

$x+6$ s'annule en -6 (négatif puis positif) ; $5-2x$ en $\frac{5}{2}$ (positif puis négatif).

Produit : − sur $]-\infty\,;-6[$, 0, + sur $\left]-6\,;\frac{5}{2}\right[$, 0, − sur $\left]\frac{5}{2}\,;+\infty\right[$.

Attention — ranger les valeurs avant de remplir le tableau ; un carré ajoute un 0 sans changer le signe.

Cas 3 · Quotient

Réflexe — valeurs interdites d'abord ; double barre sous elles dans la dernière ligne.

Exemple. Questions types : « Donner l'ensemble de définition, puis le signe de… ». Exemple : $\frac{2x+8}{x-1}$.

Valeur interdite : 1. Le numérateur s'annule en -4.

Quotient : + sur $]-\infty\,;-4[$, 0 en -4, − sur $]-4\,;1[$, ‖ en 1, + sur $]1\,;+\infty[$.

Attention — le signe d'un quotient ne se lit pas sur le numérateur seul.

Cas 4 · Inéquation produit ou quotient

Réflexe — je compare à 0, je factorise, tableau, puis crochets.

Exemple. Questions types : « Résoudre ». Exemple : $\dfrac{x+3}{x+1} < 2$.

Valeur interdite : -1. Pour $x \neq -1$: $\dfrac{x+3}{x+1} - 2 = \dfrac{x+3-2x-2}{x+1} = \dfrac{1-x}{x+1}$.
Signes : $-$ avant -1, $+$ entre -1 et 1, $-$ après 1.
$S =]-\infty\,;-1[\cup]1\,;+\infty[$.

Attention — multiplier par $x+1$ changerait le sens de l'inégalité pour $x < -1$.

Cas 5 · Position de deux courbes

Réflexe — au-dessus = différence positive.

Exemple. Questions types : « Étudier la position relative de C_f et C_g ». Exemple : $f(x) = x^2$ et $g(x) = 4x - 3$.

$f(x) - g(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$ (on vérifie en développant).
C_f est au-dessus sur $]-\infty\,;1[\cup]3\,;+\infty[$, au-dessous sur $]1\,;3[$.
Intersections : $(1\,;1)$ et $(3\,;9)$.

Attention — les zéros de la différence sont les abscisses des points d'intersection.

Les pièges

- Diviser par x (ou par une expression en x) fait perdre des solutions : on factorise.
- Une valeur interdite n'est jamais solution : crochet ouvert, même avec $\geqslant$ ou $\leqslant$.
- Avec $\geqslant$ ou $\leqslant$, on garde les zéros du numérateur ; avec $>$ ou $<$, on les enlève.
- Un facteur carré crée un zéro isolé à ne pas oublier, ou un point à retirer.
- Dans $1 - x$, le coefficient de x est -1 : positif avant 1.
- Un tableau de signes donne le signe, pas la valeur : f(x) > 0 ne dit pas f(x) > 1.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).