

Corrigé et barème – Étude de signe et tableaux de signes

Signe d'une expression affine, d'un produit et d'un quotient, tableaux de signes, inéquations produit et quotient (thème Fonctions)

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Signe d'un produit

(4 pts)

- a) $-6x + 33 = 0 \iff x = \frac{11}{2}$; coefficient $-6 < 0$: positif sur $] -\infty; \frac{11}{2}[$, négatif sur $] \frac{11}{2}; +\infty[$. (1)
 b) $\frac{x}{4} + 3 = 0 \iff x = -12$; coefficient $\frac{1}{4} > 0$: négatif sur $] -\infty; -12[$, positif sur $] -12; +\infty[$. (1)
 c) Valeurs rangées : $-12 < \frac{11}{2}$. Signes de $P(x)$: $-$, 0 en -12 , $+$, 0 en $\frac{11}{2}$, $-$. (1)
 d) $S =] -12; \frac{11}{2}[$ (inégalité stricte : bornes exclues). (1)

Repère — Le signe de $ax + b$ à droite de sa racine est celui de a : avec $a = -6$, l'expression devient négative après $\frac{11}{2}$.

Exercice 2 – Quotient et inéquation

(4 pts)

- a) $x - 5 = 0 \iff x = 5$: valeur interdite 5. (1)
 b) $7x + 2 = 0 \iff x = -\frac{2}{7}$. Signes de $Q(x)$: $+$ sur $] -\infty; -\frac{2}{7}[$, 0 en $-\frac{2}{7}$, $-$ sur $] -\frac{2}{7}; 5[$, $+$ sur $] 5; +\infty[$. (1)
 c) $S =] -\frac{2}{7}; 5[$. (1)
 d) $Q(x) - 3 = \frac{7x+2-3(x-5)}{x-5} = \frac{4x+17}{x-5}$; racine $-\frac{17}{4}$, valeur interdite 5 : $S =] -\infty; -\frac{17}{4}] \cup] 5; +\infty[$. (1)

Erreur fréquente — Fermer le crochet en 5 : une valeur interdite n'est jamais solution, même pour une inégalité large.

Exercice 3 – Factoriser d'abord

(4 pts)

- a) $A(x) = (x + 2 - 6)(x + 2 + 6) = (x - 4)(x + 8)$. (1)
 b) Racines -8 et 4 , coefficients positifs : négatif entre les racines, $S =] -8; 4[$. (1)
 c) $4x^2 - 3x = x(4x - 3) \geq 0$: racines 0 et $\frac{3}{4}$, positif à l'extérieur : $S =] -\infty; 0] \cup [\frac{3}{4}; +\infty[$. (1)
 d) Il divise par x , dont le signe est inconnu : pour $x < 0$ le sens s'inverse, pour $x = 0$ la division est impossible. Il perd $] -\infty; 0]$; par exemple $x = -1$ vérifie $4 \geq -3$. (1)

Attention — On ne divise jamais une inéquation par une expression contenant x : on passe tout à gauche et on factorise.

Exercice 4 – Fonctions de référence

(4 pts)

- a) $\frac{1}{x} - 6 = \frac{1-6x}{x} \leq 0$; racine $\frac{1}{6}$, valeur interdite 0 : $S =] -\infty; 0[\cup [\frac{1}{6}; +\infty[$. (1)
 b) $x^3 + 2x^2 = x^2(x + 2)$: négatif sur $] -\infty; -2[$, nul en -2 et en 0 , positif sur $] -2; 0[\cup] 0; +\infty[$. (1)
 c) $x^3 - x^2 = x^2(x - 1) < 0 \iff x < 1$ et $x \neq 0$: $S =] -\infty; 0[\cup] 0; 1[$. (1)
 d) Défini sur $] 0; +\infty[$ où $\sqrt{x} \geq 0$; il faut $9 - 4x \geq 0$ ou $x = 0$: $S = [0; \frac{9}{4}]$. (1)

À retenir — Un facteur x^2 est positif mais s'annule en 0 : dans une inégalité stricte, il faut retirer 0 .

Exercice 5 – Position relative de deux courbes*(4 pts)*

- a) $(x - 5)(x + 3) = x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15 = f(x) - g(x)$. (1)
- b) Racines -3 et 5 , coefficients positifs : $+$ sur $] - \infty; -3[$, 0 , $-$ sur $] -3; 5[$, 0 , $+$ sur $]5; +\infty[$. (1)
- c) C_f au-dessus de C_g sur $] - \infty; -3[\cup]5; +\infty[$, au-dessous sur $] -3; 5[$; intersections $(-3; 9)$ et $(5; 25)$. (1)
- d) $f(x) - g(x) \leq 0 : S = [-3; 5]$. (1)

Le point clé — La position de deux courbes se lit sur le signe de la différence $f(x) - g(x)$, jamais par une comparaison terme à terme.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).