

Corrigé et barème – Équations

Résoudre des équations du premier et du second degré : techniques et méthodes du programme de 2^{nde} générale

Durée : 90 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Mathématiques 2^{nde}

Exercice 1 – Équations du premier degré

(4 pts)

- a) $9x - 5x = 27 + 3$, soit $4x = 30$, donc $x = \frac{30}{4} = 7,5$; $S = \{7,5\}$. (1)
- b) $2x + 22 = 5x - 4$, donc $-3x = -26$ et $x = \frac{26}{3}$; $S = \{\frac{26}{3}\}$. (1)
- c) On multiplie les deux membres par 12 : $3x - 36 = 2x + 12$, donc $x = 48$; $S = \{48\}$. (1)
- d) $12x - 6 = 12x + 15$, donc $-6 = 15$: égalité fausse, $S = \emptyset$. (1)

Erreur fréquente — Quand les termes en x se simplifient, l'équation n'est pas ratée : il reste à dire si l'égalité obtenue est vraie ($S = \mathbb{R}$) ou fausse ($S = \emptyset$).

Exercice 2 – Produit nul et factorisation

(4 pts)

- a) $4x + 13 = 0$ ou $x - 21 = 0$, donc $x = -\frac{13}{4}$ ou $x = 21$; $S = \{-\frac{13}{4}; 21\}$. (1)
- b) $25x^2 - 4 = (5x - 2)(5x + 2)$, donc $x = \frac{2}{5}$ ou $x = -\frac{2}{5}$; $S = \{-\frac{2}{5}; \frac{2}{5}\}$. (1)
- c) Facteur commun $(3x - 1)$: $(3x - 1)(3x - 1 - x - 11) = (3x - 1)(2x - 12) = 0$, donc $x = \frac{1}{3}$ ou $x = 6$; $S = \{\frac{1}{3}; 6\}$. (1)
- d) $7x^2 - 2x = 0$, soit $x(7x - 2) = 0$, donc $x = 0$ ou $x = \frac{2}{7}$; $S = \{0; \frac{2}{7}\}$. (1)

Le point clé — Avant d'appliquer la règle du produit nul, il faut impérativement un produit d'un côté et 0 de l'autre : on ramène tout dans un membre, puis on factorise.

Exercice 3 – Quotients et valeurs interdites

(4 pts)

- a) Le dénominateur $(x - 6)(x + 4)$ s'annule si $x - 6 = 0$ ou $x + 4 = 0$: les valeurs interdites sont 6 et -4 . (1)
- b) Valeur interdite : 2. Pour $x \neq 2$, le quotient est nul si $7x + 3 = 0$, soit $x = -\frac{3}{7}$, valeur autorisée ; $S = \{-\frac{3}{7}\}$. (1)
- c) Valeur interdite : 2. Le numérateur s'annule pour $x = -9$ et $x = 2$; la valeur 2 est rejetée ; $S = \{-9\}$. (1)
- d) Julie ne précise pas la valeur interdite : l'expression n'existe que si $x \neq 0$. La simplification par x n'est licite que sous cette condition, qu'il faut écrire avant de calculer. Ici $7 \neq 0$, donc $S = \{7\}$. (1)

Attention — Les valeurs interdites se cherchent avant tout calcul et se rejettent à la fin : une valeur qui annule le numérateur peut très bien annuler aussi le dénominateur.

Exercice 4 – Carrés, racines et valeur absolue

(4 pts)

- a) $54 = 9 \times 6$ donc $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$; $S = \{-3\sqrt{6}; 3\sqrt{6}\}$. (1)
- b) $x^2 = 4 - 40 = -36 < 0$: un carré n'est jamais négatif, donc $S = \emptyset$. (1)
- c) $x - 7 = -\sqrt{23}$ ou $x - 7 = \sqrt{23}$; $S = \{7 - \sqrt{23}; 7 + \sqrt{23}\}$. (1)
- d) $\sqrt{a^2} = |a|$; comme $31 > 25$, $\sqrt{31} > 5$ donc $5 - \sqrt{31} < 0$: le résultat est $\sqrt{31} - 5$. (1)

Repère — Une équation du type $(x - k)^2 = a$ avec $a > 0$ a toujours deux solutions : oublier le signe – devant la racine coûte la moitié des points.

Exercice 5 – Problème : une parcelle rectangulaire*(4 pts)*

- a) Le triple de la largeur vaut $3x$, augmenté de 7 : la longueur est $3x + 7$ mètres. (1)
- b) Le périmètre vaut $2[x + (3x + 7)] = 2(4x + 7) = 8x + 14$: l'égalité est bien démontrée. (1)
- c) $8x + 14 = 158$ donne $8x = 144$, donc $x = 18$. La largeur vaut 18 m et la longueur $3 \times 18 + 7 = 61$ m. (1)
- d) Aire : $18 \times 61 = 1\,098 \text{ m}^2$. Un carré de même périmètre aurait un côté de $158 \div 4 = 39,5$ m et une aire de $39,5^2 = 1\,560,25 \text{ m}^2$, donc plus grande : à périmètre égal, le carré est la forme d'aire maximale. (1)

À retenir — Dans un problème, on nomme l'inconnue et on précise son unité avant de poser l'équation : c'est ce qui rend la conclusion vérifiable.