Équations de droites

Fiche méthode

(Mathématiques 2nde · Géométrie · Droites du plan)

La démarche face à une question sur une droite

1. Je repère ce qui est donné : deux points, un point et un vecteur directeur, un point et la pente, ou une équation.

2. Je choisis la forme : équation réduite pour une pente ou une intersection, équation cartésienne avec un vecteur directeur ; droite verticale si les deux abscisses sont égales.

3. Je calcule pas à pas : pente, puis ordonnée à l'origine (ou déterminant, puis développement).

4. Je contrôle en remplaçant les coordonnées d'un point connu, et je conclus par une phrase.

Le réflexe — chaque équation trouvée se vérifie avec un point de la droite : un contrôle de dix secondes évite de perdre tous les points de la question.

Cas 1 · Un point et un vecteur directeur

Réflexe — M(x ; y) sur la droite $\iff \det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0$; je développe ; vecteur directeur de $ax + by + c = 0$: $(-b\ ;\ a)$.

Exemple. Questions types : « Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par A et dirigée par $\vec{u}$ », « Donner un vecteur directeur ». Exemple : $A(3\,;-2)$ et $\vec{u}\,(2\,;3)$.

Pour $M(x\,;y)$: $\overrightarrow{AM}\,(x-3\,;y+2)$.

$\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = (x-3)\times 3 - (y+2)\times 2 = 3x - 9 - 2y - 4 = 3x - 2y - 13$.

Équation : $3x - 2y - 13 = 0$. Contrôle avec A : $9 + 4 - 13 = 0$.

Attention — le vecteur directeur de $ax + by + c = 0$ est $(-b\ ;\ a)$, pas $(a\ ;\ b)$.

Cas 2 · Équation réduite et pente

Réflexe — j'isole y : le nombre devant x est la pente m ; un point et la pente : p = y_A − m x_A.

Exemple. Questions types : « Donner l'équation réduite », « Déterminer la droite de pente m passant par A ». Exemples : $8x + 2y - 3 = 0$; pente 0,5 et $A(-6\,;1)$.

$2y = -8x + 3$, donc $y = -4x + 1{,}5$: pente -4, ordonnée à l'origine 1,5.

Pente 0,5 et $A(-6\,;1)$: $p = 1 - 0{,}5\times(-6) = 4$, donc $y = 0{,}5x + 4$.

Attention — x = k (droite verticale) n'a pas de pente ; dans y = 3 − 2x, la pente est -2.

Cas 3 · Deux points, alignement

Réflexe — abscisses différentes : m = (y_B − y_A) ÷ (x_B − x_A), puis p avec A, contrôle avec B ; troisième point : je remplace dans l'équation.

Exemple. Questions types : « Déterminer l'équation réduite de (AB) », « A, B, C sont-ils alignés ? ». Exemple : $A(-2\,;-5)$, $B(2\,;7)$, $C(5\,;16)$.

$m = \dfrac{7-(-5)}{2-(-2)} = \dfrac{12}{4} = 3$ et $p = -5 - 3\times(-2) = 1$: $(AB) : y = 3x + 1$ (contrôle : $3\times 2 + 1 = 7$).

Pour C : $3\times 5 + 1 = 16$, donc $C \in (AB)$: les points A, B, C sont alignés.

Attention — même ordre en haut et en bas ; abscisses égales : droite x = x_A.

Cas 4 · Parallèles ou sécantes

Réflexe — réduites : je compare m puis p ; cartésiennes : ab′ − a′b, puis un point testé pour trancher.

Exemple. Questions types : « Les droites sont-elles parallèles ? », « strictement parallèles ou confondues ? ». Exemple : $d : 4x - 6y + 1 = 0$ et $d' : -6x + 9y + 2 = 0$.

$ab' - a'b = 4 \times 9 - (-6) \times (-6) = 36 - 36 = 0$: parallèles.
Le point $(2\,;1{,}5)$ est sur d $(8 - 9 + 1 = 0)$; dans d' : $(-12) + 13{,}5 + 2 = 3{,}5 \neq 0$. Les droites sont strictement parallèles.

Attention — parallèles comprend confondues : il faut tester un point.

Cas 5 · Point d'intersection

Réflexe — m ≠ m′ ; mx + p = m′x + p′ donne x ; y avec une équation, contrôle avec l'autre.

Exemple. Question type : « Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d et d' ». Exemple : $d : y = -0{,}5x + 3$ et $d' : y = 1{,}5x - 5$.

Pentes $-0{,}5 \neq 1{,}5$: sécantes.
$-0{,}5x + 3 = 1{,}5x - 5 \iff 8 = 2x \iff x = 4$, puis $y = -0{,}5 \times 4 + 3 = 1$; contrôle : $1{,}5 \times 4 - 5 = 1$.
Point d'intersection : $(4\,;1)$.

Attention — la réponse est un point : deux coordonnées, pas seulement x.

Les pièges

- Pente : (y_B − y_A) ÷ (x_B − x_A), jamais l'inverse.
- Dans y = mx + p, m multiplie x ; p est l'ordonnée du point d'abscisse 0.
- Une droite verticale x = k n'a ni pente ni équation réduite.
- Une équation cartésienne n'est pas unique : comparer ab′ − a′b, pas les écritures.
- Un dessin ne prouve ni un alignement ni un point d'intersection exact.
- Pour tester un point, remplacer x ET y, puis comparer les deux membres.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).